

Numerische Berechnung der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal unter Berücksichtigung von Wandrauigkeiten

Von der Fakultät für Technische Wissenschaften
des Wissenschaftlichen Rates der Bergakademie Freiberg
eingereichte Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt von : Dipl.-Math. Thomas Frank

geboren am : 29. Januar 1963

in : Hirschberg (Saale)

eingereicht am : 12. Juni 1991

verteidigt am : 17. Januar 1992

Gutachter : Prof. Dr.-Ing. habil. G. Grabow

Dr.-Ing. habil. D. Petrak

Prof. Dr.-Ing. habil. R. Vollheim

Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, daß ich die vorliegende Dissertation "Numerische Berechnung der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal unter Berücksichtigung von Wandrauigkeiten" selbständig verfaßt und zu ihrer Anfertigung keine anderen als die im Text angegebenen Hilfsmittel und Quellen benutzt habe.

Diese Dissertation entstand am Institut für Mechanik im Bereich "Rheologie und Mehrphasenströmungen" unter der Leitung des Bereichsleiters Dr.-Ing. J. Schneider. Die wissenschaftliche Betreuung erfolgte durch Dr. sc. D. Petrak.

Diese Dissertation wurde weder in dieser noch in ähnlicher Form an eine andere Stelle zum Zwecke eines Promotions- oder anderen Prüfungsverfahrens vorgelegt.

Frühere erfolglose Promotionsverfahren fanden nicht statt.

Die Promotionsordnung der Fakultät für Technische Wissenschaften der Bergakademie Freiberg ist mir bekannt.

Chemnitz, den 12. Juni 1991

Vorwort

Die vorgelegte Arbeit entstand im Rahmen der Forschungsaktivitäten der Abteilung "Mehrphasenströmungen" im Bereich Rheologie und Mehrphasenströmungen des Instituts für Mechanik der Akademie der Wissenschaften der DDR, welches seit dem Oktober 1990 in Institut für Mechanik, Chemnitz umbenannt ist.

An dieser Stelle gilt mein Dank Herrn Dr.-Ing. habil. D. Petrak, stellvertretender Direktor des Instituts für Mechanik und Leiter der Abteilung "Mehrphasenströmungen" für die Betreuung und die stets wohlwollende und großzügige Unterstützung dieser Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt den Kollegen der Abteilung, die stets mit Initiative, Rat und Tat Hilfestellung gegeben haben, insbesondere den Herren Dipl.-Ing. K.-P. Schade, Dr. Th. Weiß und Dr. Th. Hädrich für ihre Unterstützung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen Untersuchungen und die vielen nutzbringenden Diskussionen, die ich mit ihnen führen durfte.

Des weiteren gilt mein Dank Frau E. Noack, deren handwerkliches Geschick und deren Geduld und Ausdauer bei der Fertigung der faseroptischen Meßtechnik wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Ebenso möchte ich mich bei Frau K. Kreyszig für die Unterstützung der fotomechanischen Arbeiten bedanken.

Die finanziellen Mittel zur Durchführung dieser Arbeit wurden im Zeitraum von 1981 bis 1990 von der Firma VEB ILKA, Luft- und Kältetechnik Dresden im Rahmen einer Vertragsforschung bereitgestellt.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	i
Inhaltsverzeichnis	ii
Abbildungsverzeichnis	iv
1 Einleitung	1
2 Numerische Modelle für Gas–Feststoff–Strömungen	3
2.1 Das Zwei–Fluid– oder Euler–Modell	3
2.2 Das Trajektorien– oder Lagrange–Modell	4
2.3 Das ”Particle–Source–In Cell” Modell	5
3 Die Bewegungsgleichungen für das Einzelteilchen	7
3.1 Kraftwirkungen auf das Einzelteilchen	7
3.1.1 Der Widerstandsbeiwert C_W	9
3.1.2 Der Auftriebsbeiwert der Magnuskraft C_M	11
3.1.3 Die Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens	13
3.2 Die Änderung der Partikelrotation durch viskose Dissipation	15
3.2.1 Die Reibungszahl ξ_m	16
3.2.1.1 Schleichende Strömung	16
3.2.1.2 Übergang von der schleichenden Strömung zur laminaren Grenzschicht	17
3.2.1.3 Laminare Grenzschicht	17
3.2.1.4 Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung	17
3.2.1.5 Turbulente Grenzschicht	17
3.2.2 Integration der Gleichung für die Partikelrotationsgeschwindigkeit	18
3.3 Der Einfluß der Fluidturbulenz auf die Partikelbewegung	20
3.4 Numerischer Lösungsalgorithmus	21
4 Die Randbedingungen für die Bewegungsgleichungen	22
4.1 Stoß einer Kugel mit einer ideal glatten Wand	22
4.1.1 Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen	23
4.2 ”Irreguläre” Wandstoßmodelle	28
4.2.1 Stoßverlustzahlen von $k > 1$	28
4.2.2 Stoß eines elliptischen Teilchens mit einer glatten Wand	29
4.2.3 Verallgemeinertes Partikel–Wand–Stoßmodell nach Tsuji	30
4.2.4 Das Wandrauhigkeitsmodell nach Matsumoto	31
4.2.5 Das Modell der ”virtuellen Wand”	32
4.2.6 Modifikation des Modells der ”virtuellen Wand” nach Sommerfeld	33
4.3 Resümee	34

5	Das zweidimensionale Wandrauigkeitsmodell	35
5.1	Mikroskopische Wandmaterialuntersuchungen	35
5.1.1	Untersuchungen am Wandmaterial des Staubkanals	36
5.1.2	Untersuchung an den Prallplatten der Prallapparatur	36
5.2	Das zweidimensionale, mathematische Wandrauigkeitsmodell	39
5.3	Bestimmung der Wandrauigkeitsparameter $\bar{\tau}$ und z_{max}	39
	1. Fall : $2 l_S \leq \overline{E_A}$	41
	2. Fall : $2 l_S > \overline{E_A}$ und $d_p < \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}}$	43
	3. Fall : $d_p > \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}}$	43
5.4	Diskussion der Wandrauigkeitsparameter	45
6	Untersuchung der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal	47
6.1	Experimentelle Versuchsbedingungen	47
6.2	Das faseroptische Meßsystem	49
6.3	Monte-Carlo-Simulation der horizontalen Gas-Feststoff-Strömung	52
6.3.1	Numerische Anfangs- und Randbedingungen	52
6.3.2	Stationarität und Unabhängigkeit von den Anfangsbedingungen	53
6.3.3	Geschwindigkeitsprofile der dispersen Phase	54
6.3.3.1	Einfluß der Feststoffkonzentration auf die Geschwindigkeitsverteilung der dispersen Phase	59
6.3.3.2	Einfluß der Partikelform auf die Geschwindigkeitsverteilung der dispersen Phase	59
6.3.4	Untersuchungen zur Mindesttransportgeschwindigkeit	62
7	Zusammenfassung	73
A	Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen nach Salman [56]	75
B	Approximationen für Stoßverlust- und Gleitreibungszahl nach Tabakoff	79
B.1	k - und f -Werte nach Hussein und Tabakoff [22]	79
B.2	k - und f -Werte nach Grant und Tabakoff [19]	79
B.3	k - und f -Werte nach Beacher, Tabakoff und Hamed [2]	80
B.4	k - und f -Werte nach Tabakoff [75]	80
B.5	k - und f -Werte nach Tabakoff und Hamed [76]	80
B.6	k - und f -Werte nach Tabakoff und Malak [77]	81
B.7	k - und f -Werte nach Tabakoff und Hamed [78]	81
B.8	Zusammenfassung	81
C	Grafische Darstellung der Geschwindigkeitsprofile für die numerischen Simulationsversuche	86
C.1	Die Simulationsversuche A-F	86
C.2	Die Simulationsversuche D'-F'	96
	Symbolverzeichnis	101
	Literaturverzeichnis	103

Abbildungsverzeichnis

1	Kräftebilanz am Einzelteilchen	8
2	Approximation für den Widerstandsbeiwert C_W nach Morsi und Alexander . . .	9
3	Approximation für den Widerstandsbeiwert C_W nach Salman und Verba in Abhängigkeit von der Partikelform	10
4	Experimentelle Ergebnisse für C_M nach Tani und Maccoll	12
5	Abhängigkeit der Reibungszahl ξ_m von der Reynoldszahl Re_ω nach Sawatzki . .	16
6	Schematische Darstellung eines Partikel–Wand–Stoßes	22
7	Abhängigkeit der Stoßverlustzahl ($-\square-$) und der Gleitreibungszahl ($-\diamond-$) vom Auftreffwinkel nach Schade	26
8	Stoß eines elliptischen Teilchens mit einer glatten Wand	29
9	Lage eines nicht kugelförmigen Teilchens bezüglich einer glatten Wand	30
10	Schematische Darstellung der Modellierung der Wandrauhigkeit nach Matsumoto	31
11	Schematische Darstellung des Konzepts der "virtuellen Wand" nach Tsuji	33
12	Schematische Darstellung einer mikroskopischen Wandmaterialuntersuchung . . .	35
13	Elektronenmikroskopische Untersuchungen der Wandmaterialoberfläche des horizontalen Staubkanals (Maßangaben in μm)	37
14	Lichtschnittmikroskopische Untersuchungen der Wandmaterialoberfläche des horizontalen Staubkanals (Maßangaben in μm)	38
15	Mathematische Modellierung der Wandrauhigkeit	39
16	Verschiedene Stoßkonfigurationen in Abhängigkeit vom Verhältnis des Partikeldurchmessers zur Amplitude der Wandrauhigkeit	40
17	Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 1.	42
18	Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 2.	42
19	Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 3.	44
20	Abhängigkeit von z_{max} vom Partikeldurchmesser d_P	45
21	Schematische Darstellung des am Institut für Mechanik, Chemnitz betriebenen horizontalen Staubkanals	47
22	Schematische Darstellung des faseroptischen Sensors mit Differenzgitter und integrierten Beleuchtungsfasern	50
23	Vergleichsmessung von FOA und LDA am Beispiel einer Partikelgeschwindigkeitsverteilung ($d_P = 450 \mu m$, $u_{max} = 9.0 m/s$)	51
24	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $x/H = 18.2, 36.4, 54.5, 72.7, 90.9$ und 181.8	53
25	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 65 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 7.52 m/s, 11.45 m/s$ und $14.24 m/s$.	55
26	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 115 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 8.95 m/s, 11.41 m/s$ und $14.15 m/s$.	55
27	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 225 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s, 11.5 m/s$ und $14.2 m/s$. . .	56
28	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 335 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s, 11.5 m/s$ und $14.2 m/s$. . .	56
29	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 377.5 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s, 11.5 m/s$ und $14.2 m/s$. .	57
30	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 450 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s, 11.5 m/s$ und $14.2 m/s$. . .	57
31	Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen A.1	60
32	Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen A.2	60
33	Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen A.3	65
34	Abhängigkeit der Partikelrelativgeschwindigkeit v_{rel} vom Partikeldurchmesser d_P und der maximalen Fluidgeschwindigkeit u_{max}	65

35	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen D'	66
36	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen E'	66
37	Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen F'	67
38	Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 65 \mu m$	67
39	Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 115 \mu m$	68
40	Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 225 \mu m$	69
41	Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 377.5 \mu m$	70
42	Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 65 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 7.0 m/s$	70
43	Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 115 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 4.7 m/s$	71
44	Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 225 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 6.2 m/s$	71
45	Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 377.5 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 7.1 m/s$	72
46	Abhängigkeit der Stoßverlust- und der Gleitreibungszahl für Glaspartikeln mit einem Durchmesser $d_P = 6.0 mm$	76
47	Abhängigkeit der Stoßverlustzahlen für Glas- und Aluminiumoxidpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1	77
48	Abhängigkeit der Stoßverlustzahlen für Polystyren- und Kunstdüngerpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1	77
49	Abhängigkeit der Gleitreibungszahlen für Glas- und Aluminiumoxidpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1	78
50	Abhängigkeit der Gleitreibungszahlen für Polystyren- und Kunstdüngerpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1	78
51	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [22]	82
52	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [19]	82
53	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [2]	83
54	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [75]	83
55	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [76]	84
56	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [77]	84
57	Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [78]	85
58	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen A.1	86
59	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen A.2	87
60	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen A.3	87
61	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen B.1	88
62	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen B.2	88
63	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen B.3	89
64	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen C.1	89
65	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen C.2	90
66	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen C.3	90
67	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D.1	91

68	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D.2	91
69	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D.3	92
70	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E.1	92
71	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E.2	93
72	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E.3	93
73	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F.1	94
74	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F.2	94
75	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F.3	95
76	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D'.1	96
77	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D'.2	97
78	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen D'.3	97
79	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E'.1	98
80	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E'.2	98
81	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen E'.3	99
82	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F'.1	99
83	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F'.2	100
84	Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen F'.3	100

1 Einleitung

In vielen Gebieten der Technik und der Natur kommen Mehrphasenströmungen vor, wobei dieser Begriff nicht nur dann Anwendung findet, wenn die Phasen des Gemisches verschiedene Aggregatzustände ein und desselben Stoffes darstellen, sondern auch dann, wenn jede Phase des Gemisches aus einem anderen Stoff besteht. Eine der vielen möglichen Mehrphasenströmungen ist diejenige Zweiphasenströmung, die aus einem Gemisch von Gas und Feststoffteilchen zusammengesetzt ist. Sind die Feststoffteilchen klein und nur in geringen Mengen vorhanden, werden sie vom strömenden Gas als Flugstaub mitgerissen. Diese Strömungsform hat im Rahmen der pneumatischen Förderung eine weitverbreitete Anwendung gefunden. Aber auch in der chemischen Verfahrenstechnik, in der Entstaubungstechnik und in der Kraftwerkstechnik ist das Wissen um die physikalischen Gesetzmäßigkeiten strömender Gas–Feststoff–Gemische von Bedeutung. Trocknung in der Wirbelschicht, aschebeladene Rauchgasströmungen in energietechnischen Anlagen, Fragen des erosiven Materialverschleißes, der Staubabscheidung und der Filtertechnik sind einige technische Problemstellungen dieser Industriezweige.

Oftmals sind zur Erlangung dieser Kenntnisse in technischer, materieller und personeller Hinsicht aufwendige, experimentelle Untersuchungen unumgänglich. Mit der zunehmenden Verfügbarkeit, Zuverlässigkeit und Leistungsfähigkeit der modernen Rechentechnik ergeben sich jedoch neue Möglichkeiten zur Untersuchung komplexer strömungsmechanischer Vorgänge in technischen Anlagen. Die auf theoretisch–numerischem Wege gewonnenen Erkenntnisse können beispielsweise dazu genutzt werden, den Wirkungsgrad technischer Anlagen zu optimieren und somit den Verbrauch an Energie und Material zu senken, den Materialverschleiß besonders gefährdeter Baugruppen zu reduzieren oder die Umweltbelastungen auf Grund von Staubemission zu verringern. Die theoretisch–numerische Analyse der Bewegung der Mehrphasenströmung ermöglicht sowohl die Vorhersage des Verhaltens des technischen Systems als auch die logische Durchdringung, Ordnung und Verallgemeinerung der experimentellen Erfahrungen.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Möglichkeit der numerischen Simulation der Bewegung von Feststoffteilchen in einer horizontalen, zweidimensionalen, turbulenten Kanalströmung. Die Beschränkung der theoretisch–numerischen Arbeiten auf diese vergleichsweise einfache strömungsmechanische Konfiguration erfolgte aus einer Reihe von Gründen.

1. Bei der horizontalen, feststoffbeladenen Gasströmung treten Wechselwirkungen zwischen den Feststoffteilchen und der Strömungsberandung auf, die durch die existierenden theoretischen Modelle nicht zufriedenstellend beschrieben werden können.
2. Die theoretisch–numerischen Untersuchungen waren von experimentellen Untersuchungen an einem horizontalen Staubkanal begleitet und boten somit die Möglichkeit einer direkten Überprüfung der numerischen Ergebnisse.
3. Die horizontale und vertikale Kanalströmung wird in der internationalen Fachliteratur häufig zum Vergleich neuer theoretischer Modelle für Zweiphasenströmungen herangezogen, so daß eine Reihe von Arbeiten zu diesem Gegenstand vorliegen, die eine Einordnung dieser Arbeit ermöglichen.
4. Die strömungsmechanischen Verhältnisse in einer Kanalströmung ohne Feststoffbeladung sind hinreichend bekannt. Das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld der Gasphase kann für die stationäre, ausgebildet turbulente Kanalströmung analytisch beschrieben werden.
5. Diese Arbeit entstand als ein Teil eines Forschungsvorhabens, das sich mit der Untersuchung von strömungstechnischen Vorgängen in Anlagen der Kraftwerkstechnik, insbesondere in Rauchgaskanälen und Zuleitungen zu Kraftwerksfilteranlagen befaßte.

Für die Simulation der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal wird das Lagrange–Modell verwendet, nach dem die disperse Phase als Kollektiv von Einzelteilchen aufgefaßt wird, deren Trajektorien durch Integration der Bewegungsgleichungen ermittelt werden.

In die Bewegungsgleichungen werden die Trägheitskraft, die Widerstandskraft, die Magnuskraft, die Schwerkraft und die hydrostatische Auftriebskraft aufgenommen. Eine Analyse der auf Saffmann [53, 54] zurückgehenden Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens wurde durchgeführt.

Besondere Aufmerksamkeit wird der Untersuchung und theoretischen Beschreibung der Partikel–Wand–Wechselwirkung gewidmet. Auf Grund der Schwerkraft führen häufig auftretende Partikel–Wand–Stöße beim horizontalen pneumatischen Transport zu einer ständigen Verringerung der kinetischen Energie der Feststoffpartikeln. Ohne das Wirken ausgleichender Faktoren würde dieser Energieverlust nach einer gewissen Anzahl von Partikel–Wand–Stößen zu einem Absetzen des Feststoffes an der unteren Kanalwand führen. Dieser Energieverlust kann jedoch durch das Wirken aerodynamischer Kräfte wieder ausgeglichen werden, wenn sich das Feststoffteilchen hinreichend lange in der energiereichen Kernströmung aufhält. Auf Grund ihres im Verhältnis zur Schwerkraft kleinen Betrages können die in vertikaler Richtung wirkende Magnuskraft und die Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens jedoch nicht als die Hauptfaktoren angesehen werden, die einen pneumatischen Transport der Feststoffteilchen gewährleisten.

Vielmehr muß beim horizontalen pneumatischen Transport von Partikeln, deren Bewegung nur gering von der Fluidturbulenz beeinflußt wird, davon ausgegangen werden, daß der "irreguläre Wandstoß", verursacht durch Wandrauhigkeiten und eine von der idealen Kugel abweichende Teilchenform, als Hauptmechanismus für den Transport der Feststoffteilchen angesehen werden muß. In dieser Arbeit wird ein Partikel–Wand–Stoßalgorithmus vorgestellt, der auf einem zweidimensionalen Wandrauhigkeitsmodell basiert und bei der Simulation eines horizontalen, pneumatischen Transportprozesses angewendet wird. Die Parameter des theoretischen Wandrauhigkeitsmodells werden aus meßbaren Rauigkeitskenngrößen des Wandmaterials und dem jeweiligen Partikeldurchmesser der dispersen Phase bestimmt. Für die numerische Berechnung des Gleit– bzw. Haftstoßes einer kugelförmigen Partikel mit der rauhen Kanalwand wird auf Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen zurückgegriffen, die in einer Arbeit von Schade [45] für die in der vorliegenden Untersuchung betrachtete Materialpaarung experimentell bestimmt wurden.

Um die Ergebnisse der numerischen Simulation einer horizontalen Gas–Feststoff–Strömung verifizieren zu können, wurden an einem horizontalen Staubkanal Messungen der vertikalen Partikelgeschwindigkeitsverteilungen durchgeführt. Die Messungen erfolgten mittels einer speziellen Sondenmeßtechnik, die auf dem Meßprinzip der faseroptischen Ortsfilteranemometrie basiert.

2 Numerische Modelle für Gas–Feststoff–Strömungen

Zur Berechnung von Zweiphasenströmungen wurden numerische Verfahren entwickelt, die auf unterschiedlich komplexen theoretischen Modellen beruhen. Ihr Einsatz bei den in der Literatur anzutreffenden Beispielen erfolgt je nach Heterogenität der Strömung und hängt zudem stark von der Aufgabenstellung der Probleme ab. Im folgenden werden drei grundsätzliche Herangehensweisen an die Erstellung von Zweiphasenmodellen kurz betrachtet und die Wahl eines "Lagrange-Modells" für die vorliegenden Untersuchungen wird begründet.

Einen umfassenderen Überblick über die verschiedenen Modelle zur Berechnung von Gas–Feststoff–Strömungen findet man in einem Artikel von Crowe [11]. Die in der Literatur anzutreffenden Verfahren reichen von einfachen Korrelationen bis zu Systemen komplexer partieller Differentialgleichungen. Die im Ingenieurwesen angewandten Korrelationen zur Berechnung integraler Parameter wie mittlere Geschwindigkeit, Druckverlust oder Relativgeschwindigkeit sind für einfache Strömungsgeometrien relativ leicht zu erstellen und zu handhaben. Die für einfache Strömungssysteme oder Systemkomponenten erstellten Korrelationen sind jedoch problemspezifisch und deswegen kaum allgemein gültig. Besonders nachteilig ist, daß sie keinen Einblick in die physikalischen Vorgänge der Wechselwirkungen zwischen beiden Phasen geben.

Modelle, die auf der Lösung eindimensionaler Erhaltungsgleichungen für gemittelte Größen aufbauen, eignen sich in vielen Fällen für die Berechnung von Zweiphasenströmungen in Kanälen und Rohren, z.B. auf dem Gebiet der Strömungsfördertechnik, benötigen jedoch gewisse Annahmen bezüglich der Konzentrations- oder Geschwindigkeitsverteilungen. Bei der Differentialanalysis werden die Erhaltungsgleichungen für jeden Punkt des Strömungsgebietes in allgemeiner Form erstellt und die zwischen den Phasen auftretenden Wechselwirkungen berücksichtigt. Durch die Möglichkeit, verschiedene Kräfte zu modellieren, Randbedingungen zu variieren und die Berechnungsergebnisse mit Experimenten vergleichen zu können, ist die letztere Vorgehensweise geeignet, das physikalische Verständnis der Mikrostruktur von Zweiphasenströmungen zu fördern. Solche Verfahren werden aus diesem Grund im folgenden weiter betrachtet.

2.1 Das Zwei–Fluid– oder Euler–Modell

Das Zwei–Fluid–Modell geht von der Annahme aus, daß die disperse Phase in Analogie zur kontinuierlichen Phase als Kontinuum beschreibbar ist. Die beiden Kontinua werden dabei als sich gegenseitig durchdringend und miteinander in Wechselwirkung stehend betrachtet. Die Bewegungsgleichungen erhält man durch eine räumliche Mittelung der Erhaltungsgleichungen über ein finites Bilanzvolumen. Es ergeben sich für die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen ähnliche Gleichungen wie für die Strömung nur einer Phase mit Ausnahme der Quellterme für den Masse- und Impulsaustausch zwischen den Phasen. Für eine monodisperse, stationäre Zweiphasenströmung erhält man im zweidimensionalen Fall folgendes System gekoppelter, partieller Differentialgleichungen :

- Kontinuitätsgleichung :

$$\frac{\partial(\alpha_k u_k)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_k v_k)}{\partial y} = \Omega_k \quad k = F, P \quad (1)$$

- Impulsgleichung in x-Richtung :

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k u_k^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k u_k v_k)}{\partial y} = -\alpha_k \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{k,11})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{k,12})}{\partial y} + \Phi_{k,x} + F_{k,x} \quad (2)$$

$$k = F, P$$

- Impulsgleichung in y -Richtung :

$$\frac{\partial(\alpha_k \rho_k u_k v_k)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha_k \rho_k v_k^2)}{\partial y} = -\alpha_k \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial(\tau_{k,21})}{\partial x} + \frac{\partial(\tau_{k,22})}{\partial y} + \Phi_{k,y} + F_{k,y} \quad (3)$$

$$k = F, P$$

α_k	–	Volumenkonzentration der jeweiligen Phase
$(\tau_{k,ij})$	–	Spannungstensor der jeweiligen Phase
Ω_k	–	Massenaustauschterme
$\Phi_{k,x}, \Phi_{k,y}$	–	Impulsaustauschterme
$F_{k,x}, F_{k,y}$	–	äußere Kräfte, wie z.B. Schwerkraft, elektro-magnetische Kräfte, u.s.w.

Die so entstehenden Gleichungen unterscheiden sich in der Literatur durch den angewandten Mittelungsalgorithmus, die Behandlung der Druckterme und die Formulierung der Phasenwechselwirkungsterme auf den Phasengrenzflächen. Des weiteren wird häufig der Spannungstensor der dispersen Phase ($\tau_{P,ij}$) in den Impulsgleichungen der dispersen Phase vernachlässigt. Vor allem bei wandnahen Strömungen kann dies jedoch nicht als gerechtfertigt angesehen werden, da es gerade in Wandnähe zum Impulsaustausch zwischen den Partikeln und der Strömungsberandung kommt. Stellvertretend für die Vielzahl von Arbeiten auf diesem Gebiet sollen hier nur folgende Arbeiten aus der Literatur angeführt werden [16, 14, 13, 62, 8, 70, 63]. Für den Fall einer turbulenten Zweiphasenströmung enthalten diese Arbeiten sich stark unterscheidende Ansätze für eine Ergänzung der Gleichungen (1)–(3) durch geeignete Turbulenzmodelle.

Ein genereller Vorteil des Zwei-Fluid-Modells besteht in der Möglichkeit der Verwendung bereits existierender numerischer Verfahren für Einphasenströmungen auf Grund der Ähnlichkeit der Erhaltungsgleichungen. Durch die simultane Berechnung der Strömungsparameter der beiden Phasen wird eine Berücksichtigung des Masse- und Impulsaustausches zwischen den Phasen erleichtert. Problematisch ist hingegen die Bereitstellung des Spannungstensors der dispersen Phase und die Modellierung von starken Wechselwirkungen der dispersen Phase mit der Strömungsberandung, wie sie z.B. in horizontalen Strömungen auf Grund der Schwerkraft auftreten. Die Lösung der Differentialgleichungen mit Upwind-Differenzenverfahren führt zu numerischer Diffusion, zu deren Kontrolle feinere Gitter eingesetzt werden müssen. Auch führt die Behandlung polydisperser Suspensionen zu großem Speicher- und Rechenzeitbedarf, da jede Partikelgrößenklasse als ein separates Kontinuum betrachtet werden muß.

2.2 Das Trajektorien- oder Lagrange-Modell

Beim Lagrange-Modell wird nur die fluide Phase als Kontinuum betrachtet. Da das Volumen der dispersen Phase vernachlässigt wird, müssen die einzelnen Terme in den Erhaltungsgleichungen der fluiden Phase nicht mit den Volumenkonzentrationen der einzelnen Phasen gewichtet werden. Nimmt man nun weiter an, daß die Feststoffbeladung so gering ist, daß eine Beeinflussung der Strömung der fluiden Phase vernachlässigt werden kann, so sind die Erhaltungsgleichungen der fluiden Phase identisch mit den Gleichungen einer Einphasenströmung und können somit mit herkömmlichen numerischen Verfahren gelöst werden.

Die disperse Phase wird durch eine Menge von Einzelteilchen repräsentiert, deren Trajektorien und Geschwindigkeiten aus der Newtonschen Bewegungsgleichung für ein Einzelteilchen berechnet werden können :

$$m_P \frac{dv_P}{dt} = \sum_i \vec{F}_{A_i} \quad (4)$$

m_P	–	Masse des Einzelteilchens
\vec{F}_{A_i}	–	Kräfte am Einzelteilchen

Durch Variation der Anfangsbedingungen für die Teilchentrajektorien kann nun eine Zweiphasenströmung simuliert werden [57, 31, 36, 37, 87, 82]. Der Vorteil des Lagrange-Modells besteht darin, daß für jede der beiden Phasen die physikalisch adäquate Modellierungsmethode angewendet wird und dadurch die Berechnungsergebnisse eindeutiger zu interpretieren sind. Kann weiterhin obige Annahme getroffen werden, daß die disperse Phase die Bewegung der fluiden Phase nicht beeinflußt (Einwegkopplung), so führt dies zu einer drastischen Reduzierung der benötigten Ressourcen an Rechenzeit und Speicherkapazität. Das Problem der numerischen Diffusion bei der Berechnung der dispersen Phase entfällt. Kritisch zu bemerken ist jedoch, daß eine Berücksichtigung der gegenseitigen Phasenwechselwirkungen (Zweiwegkopplung) sowie die Turbulenzmodellierung durch die Verwendung des Lagrange-Modells erschwert werden. Diese Probleme können jedoch zum Teil durch das nachfolgende Modell beseitigt werden.

2.3 Das "Particle-Source-In Cell" Modell

Das "Particle-Source-In Cell" (PSI-Cell) Modell, bei dem es sich um eine Weiterentwicklung des Trajektorienmodells handelt, geht auf C.T. Crowe zurück [10] und wurde in der Folgezeit von einer Reihe von Autoren erfolgreich angewandt [68, 13, 24, 69, 23, 85]. Das Grundprinzip dieses Modells besteht darin, daß die einzelnen Partikeln als Quellen für den Masse- und Impulsaustausch bei der Berechnung der Fluidströmung berücksichtigt werden. Dazu werden in die Kontinuitäts- und die Impulsgleichung der fluiden Phase analog zu (1)–(3) Terme für den Masse- und Impulsaustausch zwischen den Phasen eingeführt. Um die numerischen Werte für diese Terme zu erhalten, werden bei Verwendung eines Finite-Volumen-Verfahrens zur Lösung der partiellen Differentialgleichungen für jedes finite Bilanzgebiet die Masse- und Impulsaustauschterme von denjenigen Partikeln aufsummiert, die dieses Bilanzgebiet durchqueren. Für den Impulsaustauschterm in x-Richtung für ein einzelnes Bilanzvolumen gilt dann :

$$\Phi_{F,x}|_{cell} = \sum_i \dot{N}_j \rho_F \frac{A_P}{2} \int_{t_{in}}^{t_{out}} C_W (u_F - u_{P,j}) |\vec{v}_F - \vec{v}_{P,j}| dt \quad (5)$$

i	–	Summation über alle Partikeln, deren Trajektorien das betrachtete finite Bilanzgebiet durchqueren
\dot{N}_j	–	Teilchenrate für die j-te Startposition
A_P	–	Teilchenquerschnittsfläche
C_W	–	Widerstandsbeiwert
$\vec{v}_{P,j}$	–	Geschwindigkeit der für die j-te Startposition berechneten Partikel

Die Partikelparameter zum Zeitpunkt der Überschreitung der Grenzen zwischen den einzelnen Bilanzgebieten liefern dabei die benötigten Quellterme für den Masse- und Impulsaustausch. Die iterative Berechnung der Partikeltrajektorien und der Strömung der fluiden Phase wird fortgesetzt, bis sich das Strömungsfeld nicht mehr ändert.

Von den vorgestellten drei Modellierungsansätzen muß das PSI-Cell-Modell als dasjenige hervorgehoben werden, das die physikalischen Eigenschaften der beiden beteiligten Phasen am besten berücksichtigt und gleichzeitig die Modellierung komplexer Phänomene in Zweiphasenströmungen gestattet. Durch die Berücksichtigung der gegenseitigen Phasenwechselwirkungen entfällt auch die Beschränkung des Trajektorienmodells auf Gas-Feststoff-Strömungen mit nur geringer Feststoffbeladung. Die Modellierung von Partikel-Partikel- bzw. Partikel-Wand-Wechselwirkungen kann adäquat zum physikalischen Vorgang erfolgen. Somit vereint das PSI-Cell-Modell in gewisser Weise die Vorzüge und Möglichkeiten der beiden zuvor dargestellten Modellierungsansätze. Nicht zu unterschätzen ist jedoch der Bedarf an Rechenzeit und weiteren Systemressourcen, den das PSI-Cell-Modell bei der Berechnung einer zwei- oder dreidimensionalen Zweiphasenströmung erfordert, da sowohl die Fluidströmung als auch die Partikeltrajektorien bis zum Erreichen einer konvergenten Lösung mehrfach berechnet werden müssen.

Für die vorliegenden Untersuchungen wurde aus verschiedenen Gründen das Lagrange-Modell gewählt. Da es die disperse Phase in Form von Trajektorien von Einzelpartikeln berücksichtigt, ist der Einfluß der Partikel-Wand-Wechselwirkungen auf das Bewegungsverhalten der Gas-Feststoff-Strömung mit diesem Modellierungsansatz leichter und stärker am physikalischen Vorgang orientiert berechenbar. Die Vernachlässigung der Beeinflussung der Fluidströmung durch die disperse Phase erschien unter dem Gesichtspunkt der Anwendung des Modells auf gering beladene Gas-Feststoff-Strömungen in der Kraftwerks- und Entstaubungsindustrie als gerechtfertigt. Nicht zuletzt spielte der reduzierbare Bedarf an Rechenzeit und Speicherplatz eine nicht unwesentliche Rolle bei der Auswahl des Lagrange-Modells für die zu lösende Aufgabenstellung.

3 Die Bewegungsgleichungen für das Einzelteilchen

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen für das Einzelteilchen erfolgte im Rahmen des Lagrange-Modells unter folgenden Annahmen :

1. Betrachtet wird eine zweidimensionale, stationäre Kanalströmung. Das Feld der mittleren Geschwindigkeiten der Gasphase wird durch die Bewegung der festen Phase nur gering beeinflußt und als bekannt vorausgesetzt, z.B. aus dem 1/7-Potenzgesetz, aus dem logarithmischen Wandgesetz oder durch die Bereitstellung experimenteller Daten.
2. Der Einfluß der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten der Gasphase auf die Partikelbewegung wird vernachlässigt.
3. Die Teilchen sind kugelförmig und weisen mit $\rho_P \gg \rho_F$ einen großen Dichteunterschied zur Gasphase auf. Der Teilchendurchmesser liegt im Bereich $50 \mu m \leq d_P \leq 1 mm$.
4. Die gegenseitige Beeinflussung der Teilchen durch Partikel-Partikel-Stöße ist vernachlässigbar ¹.
5. Die durch den Partikel-Wand-Kontakt hervorgerufene Teilchenrotation wird berücksichtigt, einschließlich ihrer Verminderung auf Grund der viskosen Reibung mit dem Fluid.
6. Die Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens wird vernachlässigt.
7. Die Rauigkeit der Kanalwände wird in einem speziellen Partikel-Wand-Stoßmodell berücksichtigt.

Die Annahmen 2. sowie 5.-7. werden im Verlauf der vorliegenden Arbeit einer kritischen Betrachtung unterzogen.

3.1 Kraftwirkungen auf das Einzelteilchen

Aus einer Kräftebilanz der am Einzelteilchen wirkenden Volumen- und Oberflächenkräfte gewinnt man die Bewegungsgleichungen, deren Lösung die Teilchengeschwindigkeiten und den Teilchenort liefert (Abb.1).

Unter Berücksichtigung der Annahmen 1.-7. ergeben sich folgende in Betracht zu ziehende Kraftwirkungen :

- Trägheitskraft :

$$\vec{F}_T = m_P \frac{d\vec{v}_P}{dt} \quad (6)$$

- Widerstandskraft :

$$\vec{F}_W = C_W \frac{\rho_F}{2} A \vec{v}_{rel} |\vec{v}_{rel}| \quad (7)$$

- Magnuskraft :

$$\vec{F}_M = C_M \frac{\rho_F}{2} A |\vec{v}_{rel}|^2 \frac{\vec{v}_{rel} \times \vec{\omega}}{|\vec{v}_{rel} \times \vec{\omega}|} \quad (8)$$

¹Aus der Literatur sind Arbeiten bekannt, in denen nichtelastische Partikel-Partikel-Stöße bei der Berechnung von Gas-Feststoffströmungen berücksichtigt wurden [27, 30]. Auf Grund der aus Annahme 1. folgenden geringen Feststoffbeladungen erscheint die hier getätigte Annahme für die vorliegenden Untersuchungen jedoch gerechtfertigt.

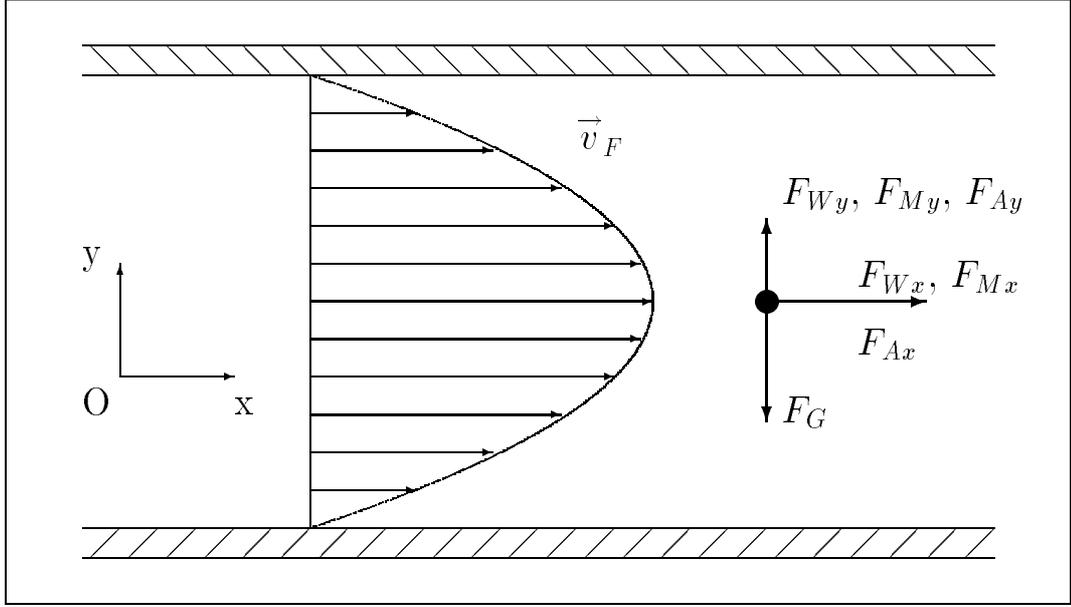


Abbildung 1: Kräftebilanz am Einzelteilchen

- Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens ² :

$$\vec{F}_A = C_A \rho_F \nu^{1/2} A \begin{bmatrix} (v_F - v_P) \frac{\partial v_F / \partial x}{|\partial v_F / \partial x|^{1/2}} \\ (u_F - u_P) \frac{\partial u_F / \partial y}{|\partial u_F / \partial y|^{1/2}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

- Schwerkraft und hydrostatischer Auftrieb :

$$\vec{F}_G = m_P \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P} \vec{g} \quad (10)$$

Aus der Kräftebilanz :

$$\vec{F}_T = \vec{F}_W + \vec{F}_M + \vec{F}_A + \vec{F}_G \quad (11)$$

erhalten wir somit die Bewegungsgleichung für das Einzelteilchen in der vektoriellen Form :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_P \\ v_P \end{bmatrix} &= K_M Re_P \left(C_W(Re_P) \begin{bmatrix} u_F - u_P \\ v_F - v_P \end{bmatrix} + C_M(\sigma) \begin{bmatrix} v_F - v_P \\ -(u_F - u_P) \end{bmatrix} \right) \\ &+ K_A C_A \begin{bmatrix} (v_F - v_P) \frac{\partial v_F / \partial x}{|\partial v_F / \partial x|^{1/2}} \\ (u_F - u_P) \frac{\partial u_F / \partial y}{|\partial u_F / \partial y|^{1/2}} \end{bmatrix} + \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P} \begin{bmatrix} 0 \\ -g \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

²Die hier wiedergegebene Formulierung geht auf Saffmann [53, 54] und einen Artikel von Ishii [26] zurück. In der Fachliteratur finden sich für die Auftriebskraft auch davon abweichende Ansätze. Eine ausführliche Diskussion der verschiedenen Formulierungen findet sich in 3.1.3

wobei :

$$\begin{aligned}
 K_M &= \frac{3}{4} \frac{\nu \rho_F}{\rho_P d_P^2} & K_A &= \frac{\sqrt{\nu} \rho_F}{\rho_P d_P} & Re_P &= \frac{d_P v_{rel}}{\nu} & (13) \\
 \sigma &= \frac{1}{2} \frac{d_P \omega}{v_{rel}} & v_{rel} &= \sqrt{(u_F - u_P)^2 + (v_F - v_P)^2}
 \end{aligned}$$

Das Fluidgeschwindigkeitsfeld mit den Komponenten u_F und v_F wird gemäß den getroffenen Annahmen für die horizontale Kanalströmung als bekannt vorausgesetzt. Die in der Bewegungsgleichung enthaltenen Beiwerte für die Widerstandskraft, die Magnuskraft und die Auftriebskraft sind von der Form des Teilchens und von verschiedenen dimensionslosen Kennzahlen, z.B. von auf verschiedene Weise gebildeten Reynoldszahlen, abhängig und müssen in der Regel experimentell bestimmt werden. Oftmals gelten die so ermittelten Beiwerte nur in einem sehr engen Gültigkeitsbereich oder ihre Gültigkeit ist z.B. auf den Bereich der Stokes'schen oder laminaren Strömung beschränkt.

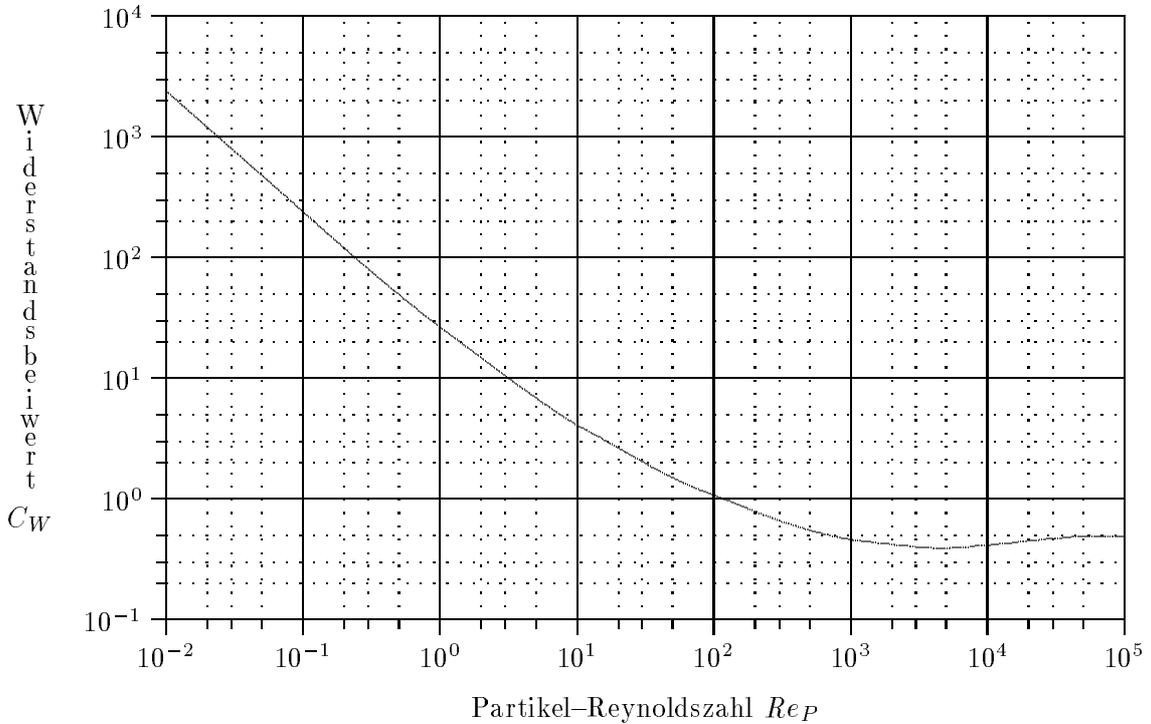


Abbildung 2: Approximation für den Widerstandsbeiwert C_W nach Morsi und Alexander

3.1.1 Der Widerstandsbeiwert C_W

Für den Widerstandsbeiwert C_W liegen für den Fall kugelförmiger oder zylindrischer Teilchen eine große Anzahl zuverlässiger experimenteller und theoretischer Ergebnisse vor. In [44] findet sich eine umfassende Analyse der existierenden Korrelationen des Widerstandsbeiwertes für kugelförmige Partikeln über der Partikelreynoldszahl mit einer Abschätzung des relativen Fehlers gegenüber der Standard- C_W -Kurve. Weitere umfassende Angaben zum Widerstandsbeiwert finden sich aber auch in [9, 4, 66, 41]. Für die numerischen Berechnungen in dieser Arbeit wurde eine Approximation der Standard- C_W -Kurve von Morsi und Alexander [41] verwendet, die in Abb.2 grafisch dargestellt ist :

$$C_W = a Re_P^{-2} + b Re_P^{-1} + c \quad (14)$$

Re_P	a	b	c
$Re_P < 0.1$	0	24	0
$0.1 \leq Re_P < 1$	0.0903	22.73	3.69
$1 \leq Re_P < 10$	-3.8889	29.1667	1.222
$10 \leq Re_P < 100$	-116.67	46.5	0.6167
$100 \leq Re_P < 1000$	-2778.0	98.33	0.3644
$1000 \leq Re_P < 5000$	-47500	148.62	0.357
$5000 \leq Re_P < 10000$	578700	-490.546	0.46
$10000 \leq Re_P < 50000$	5416700	-166.25	0.5191
$50000 \leq Re_P$	0	0	0.49

Damit ist der Widerstandsbeiwert C_W für kugelförmige Partikeln über den gesamten Bereich der Partikelreynoldszahl Re_P definiert.

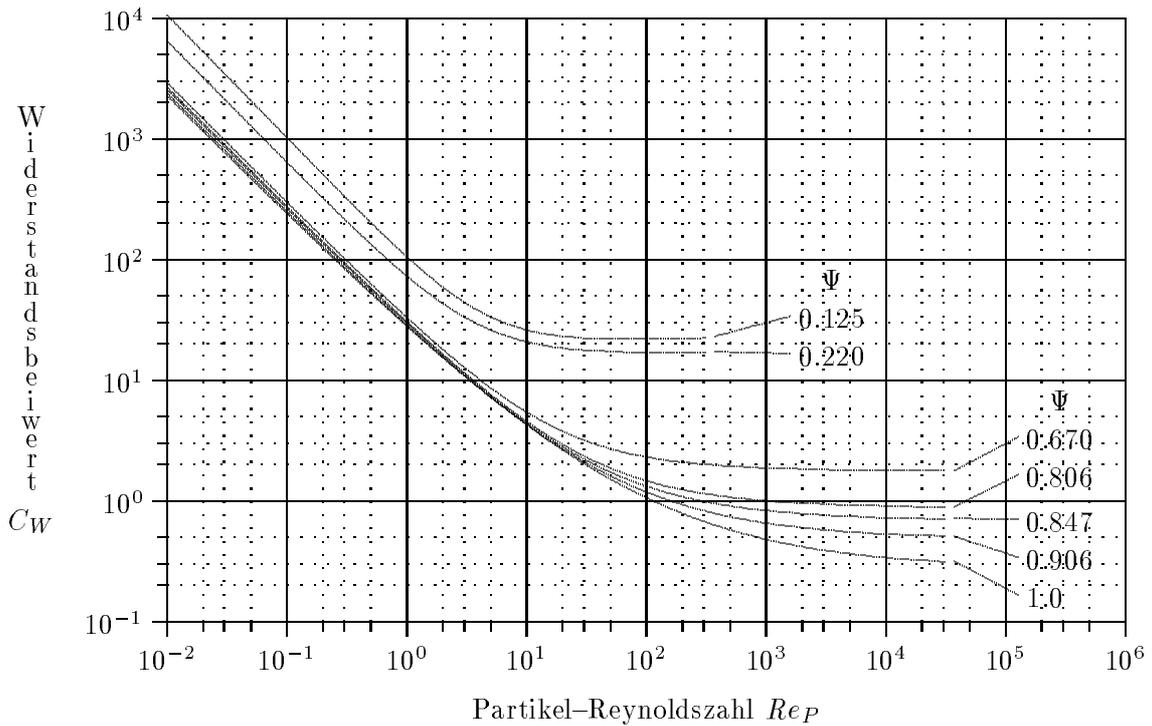


Abbildung 3: Approximation für den Widerstandsbeiwert C_W nach Salman und Verba in Abhängigkeit von der Partikelform

Für den Widerstandsbeiwert nicht sphärischer Teilchen führten Salman und Verba in [55] umfassende experimentelle Untersuchungen mit regelmäßig geformten Teilchen durch (Kugeln, Würfel, Quader, Tetraeder, Scheiben). Zur Charakterisierung der Partikelformen definiert Salman einen Exzentrizitätsparameter $\Psi = s/S$, wobei s der Oberflächeninhalt einer volumengleichen Kugel und S der wirkliche Oberflächeninhalt der Partikel ist. Die Untersuchungen überdecken den Bereich von $0.125 \leq \Psi \leq 1.0$ für einen Reynoldsbereich von $0.006 \leq Re_P \leq$

20000. Mit einem maximalen relativen Fehler von 20 % können die experimentellen Ergebnisse durch folgende Approximationsformel wiedergegeben werden :

$$C_W = a_1 Re_P^{-1} + b_1 Re_P^{-1/2} + c_1 \quad (15)$$

$$a_1 = 794.889 \Psi^4 - 2294.985 \Psi^3 + 2400.77 \Psi^2 - 1090.0719 \Psi + 211.686 \quad (16)$$

$$b_1 = -320.757 \Psi^4 + 933.336 \Psi^3 - 973.461 \Psi^2 + 433.488 \Psi - 67 \quad (17)$$

$$c_1 = 1/(22.265 \Psi^4 - 35.241 \Psi^3 + 20.365 \Psi^2 - 4.131 \Psi + 0.304) \quad (18)$$

Exzentrizität Ψ	a_1	b_1	c_1
1.0	22.18	5.653	0.279
0.906	23.954	4.419	0.512
0.847	25.15	4.208	0.69
0.806	26.233	3.195	0.772
0.67	29.113	2.505	1.695
0.22	65.46	-9.554	14.452
0.125	108.662	-26.284	27.165

Die in Abb. 3 dargestellte Abhängigkeit des Widerstandsbeiwertes C_W von der Partikelreynoldszahl Re_P und dem Exzentrizitätsparameter Ψ nach Formel (15) zeigt deutlich, daß regulär geformte Teilchen einen höheren Widerstandsbeiwert aufweisen, als kugelförmige Teilchen gleichen Volumens. Es ist ferner festzustellen, daß der Widerstandsbeiwert mit abnehmendem Exzentrizitätsparameter Ψ ansteigt und daß der Einfluß der Partikelform auf den Widerstandsbeiwert mit größer werdender Partikelreynoldszahl zunimmt.

3.1.2 Der Auftriebsbeiwert der Magnuskraft C_M

Im Vergleich zum Widerstandsbeiwert C_W liegen für den Auftriebsbeiwert der Magnuskraft C_M in weit geringerem Maße experimentelle und theoretische Ergebnisse vor. Die meisten Arbeiten dokumentieren Ergebnisse, die unter stark vom vorliegenden Anwendungsfall abweichenden Bedingungen ermittelt wurden. So beziehen sich viele Untersuchungen auf Windkanalexperimente an angeströmten, rotierenden Kugeln oder Zylindern mit einem Durchmesser von einigen Zentimetern oder untersuchen das Flugverhalten von rotierenden Tennis- und Golfbällen oder von Projektilen. Trotzdem weisen die verschiedenen experimentellen Ergebnisse eine hinreichende Übereinstimmung auf.

In allen Veröffentlichungen wird die Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes der Magnuskraft C_M vom Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeit des Teilchens zur Relativgeschwindigkeit $\sigma = \frac{1}{2}d_P\omega/v_{rel}$ als dominierend dargestellt. Rubinow bestimmte diese Abhängigkeit in [52] auf theoretischem Wege für kleine Reynoldszahlen $Re_P < 1$ zu :

$$C_M = 2 \sigma . \quad (19)$$

Ein ähnliches Resultat wird von Ottjes ohne Angabe von Quellen in [43] für die Berechnung der Bewegung von Partikeln mit $d_P = 3 \text{ mm}$ und $\rho_P = 820 \text{ kg/m}^3$ für $Re_P \leq 1000$ und $\sigma \leq 0.7$ verwendet :

$$C_M = 2.53 \sigma \quad (20)$$

Sawatzki gibt in [57] den Auftriebsbeiwert C_M mit :

$$C_M = 0.7 \sigma \quad (21)$$

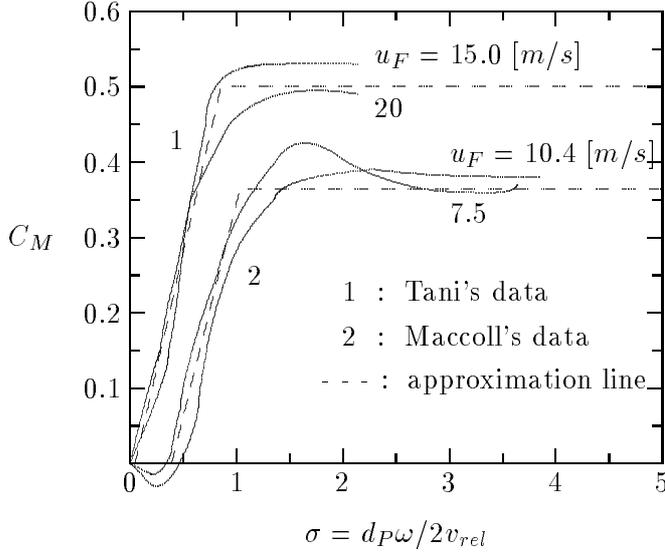


Abbildung 4: Experimentelle Ergebnisse für C_M nach Tani und Maccoll

an — ebenfalls ohne eine Einschränkung für den Gültigkeitsbereich bezüglich σ .

Den Auftriebsbeiwert der Magnuskraft für rotierende Zylinder mit unterschiedlichem Höhe–Durchmesser–Verhältnis untersucht Swanson in [73]. Swanson dokumentiert experimentelle Ergebnisse, nach denen der Auftriebsbeiwert für Zylinder mit einem Höhe–Durchmesser–Verhältnis $H/d_P > 5.7$ in Abhängigkeit von σ unbegrenzt ansteigt. Für kleinere Höhe–Durchmesser–Verhältnisse ergibt sich für den Auftriebsbeiwert C_M mit ansteigendem σ zunächst ein annähernd linearer Zusammenhang bezüglich σ . Erreicht σ einen bestimmten kritischen Wert, so bleibt der Auftriebsbeiwert C_M für weiter ansteigende Werte von σ konstant. Für $H/d_P = 2$ ermittelte Swanson den Auftriebsbeiwert C_M für eine Reynoldszahl von $Re_P = 5 \cdot 10^4$ zu :

$$C_M = \begin{cases} 1.3 \sigma & \text{für : } \sigma \leq 1.8 \\ 1.3 & \text{für : } \sigma > 1.8 \end{cases} \quad (22)$$

Eine vergleichbare Abhängigkeit des Auftriebsbeiwertes C_M von σ zeigt Abb.4 für den Fall einer rotierenden Kugel. Zwei von Matsumoto in [36] für numerische Simulationen verwendete Ergebnisse von Tani und Maccoll dokumentieren, daß der Auftriebsbeiwert C_M im Bereich von $0 < \sigma < 1$ linear von σ abhängig ist und für $\sigma > 1$ konstant bleibt. Die Anstiege im bezüglich σ linearen Bereich ($\sigma \leq 1$) liegen zwischen 0.35 und 0.5, und somit in einer vergleichbaren Größenordnung zu den Ergebnissen von Sawatzki. Die experimentellen Ergebnisse wurden in allen drei Fällen für große Partikel–Reynoldszahlen $Re_P \sim 10^4 - 10^5$ ermittelt.

Die für die vorliegenden Untersuchungen verwendeten Werte des Auftriebsbeiwertes der Magnuskraft C_M gehen auf experimentelle Untersuchungen von Tsuji [81] zurück. Durch Auswertung von Videoaufnahmen von Trajektorien einer Plastekugel mit $d_P = 5 \text{ mm}$ und $\rho_P = 1040 \text{ kg/m}^3$ nach dem Stoß mit einer geneigten Ebene wurde die jeweilige Rotationsgeschwindigkeit und der Ort des Wiederauftreffens der Kugel auf der geneigten Ebene ermittelt. Durch den Vergleich der Trajektorien mit numerischen Simulationsrechnungen wurde der Beiwert der Magnuskraft zu :

$$C_M = (0.4 \pm 0.1) \sigma \quad (23)$$

bestimmt, wobei die Randbedingungen $Re_P = 550 - 1600$ und $\sigma < 0.7$ eingehalten wurden. Für $\sigma \geq 1$ wird C_M als konstant angenommen.

3.1.3 Die Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens

Das vorliegende Material aus der Fachliteratur gibt ein sehr widersprüchliches Bild des Kenntnisstandes über die in einer Scherströmung auf ein Einzelteilchen wirkenden Kräfte.

Die Formulierung der hier diskutierten Auftriebskraft geht auf Saffmann's Resultat aus dem Jahre 1965 zurück [53]. Unter den Bedingungen eines sehr viskosen Fluids mit konstantem Schergradienten und einer parallel zu den Stromlinien des Fluids gerichteten Relativgeschwindigkeit des Teilchens leitet Saffmann auf analytischem Wege den Betrag der Auftriebskraft für ein kugelförmiges Teilchen her [53, 54] :

$$F_{Ay} = 1.615 \rho_F \sqrt{\nu} d_P^2 v_{rel} \left| \frac{\partial u_F}{\partial y} \right|^{1/2} \quad (24)$$

Ist das Vorzeichen des Geschwindigkeitsgradienten negativ, so ändert sich auch das Vorzeichen von F_{Ay} . Als Gültigkeitsbereich gibt Saffmann folgende Bedingungen an :

$$\begin{aligned} Re_P &\ll (Re_{\Delta u})^{1/2} & Re_{\Delta u} &\ll 1 & Re_\omega &\ll 1 \\ Re_P &= \frac{d_P v_{rel}}{\nu} & Re_{\Delta u} &= \frac{d_P^2 |\partial u_F / \partial y|}{\nu} & Re_\omega &= \frac{1}{4} \frac{d_P^2 \omega}{\nu} \end{aligned} \quad (25)$$

Die von Saffmann hergeleitete Form der Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung ist von vielen Autoren übernommen worden [26, 50, 39, 30, 71, 29, 17]. Die hier in der Formel (9) wiedergegebene Darstellung entspricht der Schreibweise von Ishii in [26] und berücksichtigt den vektoriellen Charakter dieser Kraft und deren Richtung in Abhängigkeit von den Vorzeichen der Relativgeschwindigkeit und des Fluidgeschwindigkeitsgradienten. Der Auftriebsbeiwert nach Saffmann beträgt in dieser Schreibweise $C_A = 6.46/\pi$.

Ist dieser Auftriebsbeiwert nach Saffmann nur für sehr kleine Reynoldszahlen $Re_P \ll 1$ gültig, so werden in [30, 71] experimentelle Arbeiten von Lee und Durst erwähnt, in denen die Gültigkeit dieser Beziehung für allgemeinere strömungsmechanische Bedingungen überprüft wurde. McLaughlin weist hingegen in [39] darauf hin, daß ein wesentlicher Einfluß der Saffmann'schen Auftriebskraft meist dann festgestellt wird, wenn die Gültigkeitsbedingungen nach (25) in den konkreten Anwendungen verletzt werden. Experimentelle Angaben über den Auftriebsbeiwert bei praxisrelevanten höheren Reynoldszahlen liegen jedoch nicht vor. Mehrere Autoren verweisen darauf, daß der Betrag dieser Auftriebskraft im Vergleich zur Widerstandskraft eher als gering einzuschätzen ist, mit Ausnahme von Gebieten sehr hoher Schergradienten, insbesondere in Wandnähe.

Experimentelle Untersuchungen zur quantitativen Bestimmung von Auftriebskräften, die auf Partikeln in Scherströmungen wirken, sind in der Literatur selten anzutreffen. Hall stellt in [20] experimentelle Arbeiten zur Untersuchungen solcher Kraftwirkungen vor und betrachtet im speziellen Partikeln, die sich in Wandkontakt oder in unmittelbarer Wandnähe befinden. Aus den Experimentergebnissen leitet Hall für eine in Wandkontakt befindliche Partikel folgende Beziehung für die Auftriebskraft ab :

$$F^+ = (20.90 \pm 1.57)(a^+)^{2.31 \pm 0.02} \quad (26)$$

$$F^+ = \frac{F}{\nu^2 \rho_F} \quad ; \quad a^+ = \frac{d_P u_\tau}{2\nu} \quad ; \quad 1.8 < a^+ < 70$$

wobei u_τ für die Schubspannungsgeschwindigkeit der fluiden Phase steht. Der Vergleich mit der Beziehung für die Auftriebskraft nach Saffman zeigt, daß die Auftriebskraft für eine Partikel in Wandkontakt durch Saffman's Formel (24) unterbestimmt wird. Für Werte von $a^+ < 20$ liefert Saffman's Ausdruck für die Auftriebskraft um bis zu 1.7 mal niedrigere Werte. Für größere Werte von a^+ liegen die Werte aus Gleichung (24) um den Faktor 3.0 unter den Ergebnissen aus der Gleichung (26). Wandrauigkeiten können den Meßwert für die Auftriebskraft jedoch stark

beeinflussen. Weiterhin weist Hall darauf hin, daß Saffman's Beziehung für eine unberandete Scherströmung unter Beachtung der in (25) angeführten Restriktionen hergeleitet wurde. Die in [20] von Hall dargestellten Experimente zeigen, daß Saffman's Beziehung zur Bestimmung der Auftriebskraft für den Fall einer kugelförmigen Partikel auf oder nahe einer Wandoberfläche nicht geeignet ist.

Eine zweite Gruppe von Autoren [92, 93, 88, 65] benutzt für die Darstellung der Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung die folgende Formulierung in Analogie zur Widerstandskraft [92] :

$$\vec{F}_A = C_A \frac{\rho_F}{2} A |\vec{v}_{rel}|^2 \frac{\vec{k} \times \vec{v}_{rel}}{|\vec{k} \times \vec{v}_{rel}|} \quad (27)$$

\vec{k} ist hierbei ein Einheitsvektor, der senkrecht auf der Bewegungsebene steht.

Diese Form der Darstellung ist vergleichsweise ungünstig, da sich die Abhängigkeit des Kraftbetrages vom Betrag des Fluidgeschwindigkeitsgradienten und von der Fluidviskosität in die Bestimmung des Auftriebsbeiwertes verlagert. In der Arbeit von Vollheim [88] wird eine solche Abhängigkeit vom Betrag des Fluidgeschwindigkeitsgradienten dagegen gar nicht untersucht. In der Dissertation von Schüttoff [65] wird C_A für einen Zylinder theoretisch und experimentell mit :

$$C_A = 2\pi m \quad ; \quad m = \frac{\partial u_F}{\partial y} \frac{\frac{1}{2} d_P}{w_{\infty F}} \quad (28)$$

bestimmt, wobei $w_{\infty F}$ die Anströmgeschwindigkeit des Fluids ist ³. Somit wäre die Auftriebskraft unabhängig von der Fluidviskosität.

In zwei experimentellen Arbeiten von Yamamoto [92, 93] wird versucht, mit Hilfe von kinematografischen Untersuchungen von Teilchentrajektorien und deren anschließender numerischer Berechnung den Auftriebsbeiwert C_A zu ermitteln. Im Gegensatz zu Saffman's Darstellung der Auftriebskraft ist in den Arbeiten von Yamamoto die Richtung der Auftriebskraft abhängig vom Wandabstand der Partikel. Stimmt die Richtung der Auftriebskraft in Wandnähe noch mit der Richtung der Saffman'schen Kraftwirkung überein und ist von der Wand weg gerichtet, so kehrt sich nach [92, 93] die Richtung der Auftriebskraft bei Erreichen eines bestimmten Wandabstandes um und ist nunmehr zur Wand hin gerichtet. Yamamoto führt diesen Effekt auf die bedeutend höheren Reynoldszahlen ($Re_P \sim 7000 - 40000$) zurück, unter denen die Messungen durchgeführt wurden. Beziehen sich Saffman's Untersuchungen streng genommen nur auf den Bereich der laminaren Umströmung einer kugelförmigen Partikel mit stationärem Nachlauf, so ist in dem von Yamamoto betrachteten Partikelreynoldszahlbereich mit Grenzschichtablösung an der Kugel und einem instationären, turbulenten Nachlauf zu rechnen.

Die experimentellen Untersuchungen zur Kraftwirkung auf kugelförmige und zylindrische Partikeln in Scherströmungen wurden sowohl in einer dem 1/7-Potenzgesetz genügenden, turbulenten Kanalströmung als auch in einer durch Einbauten in den Windkanal künstlich erzeugten, linearen Scherströmung vorgenommen. Für eine lineare Scherströmung erhält Yamamoto im Rahmen der untersuchten Versuchsbedingungen eine grobe Approximation des Auftriebsbeiwertes aus Gleichung (27) mit :

$$C_A = \frac{5}{4} \frac{d_P}{v_{rel}} \frac{\partial u_F}{\partial y} \quad (29)$$

Versucht man einen Vergleich zwischen den in den vier erwähnten Arbeiten [92, 93, 88, 65] bestimmten Auftriebsbeiwerten herzustellen, so ergeben sich Abweichungen von bis zu zwei Größenordnungen für vergleichbare strömungsmechanische Bedingungen, wobei gilt :

$$C_A|_{\text{Yamamoto}} < C_A|_{\text{Schüttoff}} < C_A|_{\text{Vollheim}} \cdot$$

Eine weitere experimentelle Arbeit von Willetts und Murray [91] stützt die Beobachtungen von Yamamoto bezüglich einer Umkehrung der Richtung der Auftriebskraft in Abhängigkeit vom

³Der Zylinder wird in der Dissertation von Schüttoff als ruhend betrachtet.

Wandabstand der Partikel. Willetts und Murray untersuchen in ihrer Arbeit die Auftriebskräfte, die auf eine ruhende, kugelförmige Partikel in drei unterschiedlichen Positionen zur Strömungsberandung wirken. In Übereinstimmung mit Yamamoto stellen die Autoren für einen geringen Wandabstand der Partikel von $y/d_P \leq 0.25$ starke, von der Wand in Richtung Kanalmitte gerichtete Auftriebskräfte fest. Für $y/d_P > 0.25$ wurde hingegen eine starke Zeitabhängigkeit der Auftriebskraftmessungen beobachtet. Betrachtet man die zeitlich gemittelten Auftriebskräfte, die auf eine Partikel in einer wandfernen Scherströmung wirken, so ergibt sich nach Willetts analog zu den Experimenten von Yamamoto eine Umkehrung der Richtung der Auftriebskraft im Vergleich zur wandnahen Strömung.

Zum Ende dieser Betrachtung sei noch auf einen dritten Zugang zu einer quantitativen Formulierung für den Betrag der Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung hingewiesen, wie er in den Arbeiten von Willetts [90] und Verba [87] Verwendung findet. Ausgehend von der Gleichung (27) schließt Willetts in [90] aus einer Ähnlichkeitstheoretischen Betrachtung auf eine zusätzliche funktionale Abhängigkeit der Auftriebskraft von dem dimensionslosen Parameter $\Phi_A = d_P/v_{rel} \cdot \partial u_F/\partial y$. Im folgenden werden von Willetts zwei verschiedene Beziehungen für die Auftriebskraft in numerischen Berechnungen von Teilchentrajektorien eingesetzt, die einer Abhängigkeit der Auftriebskraft von Φ_A^1 bzw. $\Phi_A^{1/2}$ entsprechen :

$$\left| \overrightarrow{F_A} \right| = C_A \rho_F d_P^3 |\vec{v}_{rel}| \left| \frac{\partial u_F}{\partial y} \right| \quad (30)$$

$$\left| \overrightarrow{F_A} \right| = C_A \rho_F d_P^{5/2} |\vec{v}_{rel}|^{3/2} \left| \frac{\partial u_F}{\partial y} \right|^{1/2} \quad (31)$$

Der Auftriebsbeiwert wird in [90, 87] zu $C_A \equiv 1$ angenommen. Eine experimentelle Überprüfung dieser theoretischen Ansätze wurde in beiden Arbeiten nicht vorgenommen.

Abschließend sei eingeschätzt, daß dem Saffmann'schen Zugang zur Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung in der Formulierung von Ishii derzeit der Vorrang einzuräumen ist. Das vorliegende theoretische und experimentelle Material ist allerdings noch zu unzureichend, um eine definitive Aussage über den Einfluß dieser Kraft auf das Bewegungsverhalten von Feststoffteilchen unter praxisrelevanten Bedingungen bei höheren Reynoldszahlen $Re_P \gg 1$ machen zu können. Auf Grund dessen wurde die Auftriebskraft bei den weiteren Untersuchungen nicht berücksichtigt.

3.2 Die Änderung der Partikelrotation durch viskose Dissipation

Feststoffteilchen, die in einem Kanal pneumatisch gefördert werden, erreichen bei ihrer Bewegung hohe Rotationsgeschwindigkeiten. Die Rotation der Teilchen um eine Achse, die senkrecht auf der Bewegungsebene steht, ist vorwiegend ein Resultat der Wechselwirkung der Teilchen mit der Strömungsberandung. Befindet sich das mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotierende Teilchen in einem viskosen Fluid, so führt die viskose Reibung des Fluids zu einer Dissipation der Rotationsenergie des Teilchens. Nach dem Drehimpulserhaltungssatz gilt für eine solche Bewegung allgemein :

$$I \frac{d\omega}{dt} = -T \quad (32)$$

wobei das Trägheitsmoment I sich für die Kugel aus :

$$I = \frac{8\pi}{15} \rho_P \left(\frac{d_P}{2} \right)^5 \quad (33)$$

ergibt.

Folgt man einem Ansatz von Dennis [12], so läßt sich das auf das rotierende Teilchen wirkende Drehmoment T darstellen als :

$$T = \xi_m \frac{\rho_F d_P}{2} \nu^2 Re_\omega^2 \quad (34)$$

$$\text{mit : } Re_\omega = \frac{1}{4} \frac{d_P^2 \omega}{\nu}$$

Bei Re_ω handelt es sich um eine mit der Umfangsgeschwindigkeit des Teilchens und dem Teilchenradius gebildete Reynoldszahl. Ist T in der angegebenen Weise definiert, so läßt sich die Reibungszahl ξ_m als Funktion der modifizierten Reynoldszahl Re_ω experimentell ermitteln.

3.2.1 Die Reibungszahl ξ_m

Entsprechende experimentelle — und für bestimmte Re_ω -Bereiche auch theoretische — Untersuchungen sind von verschiedenen Autoren [57, 58, 12] vorgenommen worden. Eine Übersicht über den internationalen Kenntnisstand findet sich in der Habilitationsschrift von Sawatzki [58], der in eigenen Untersuchungen die Reibungszahl ξ_m für den Reynoldszahlbereich $10^0 \leq Re_\omega \leq 10^7$ bestimmte (siehe Abb.5) und mit den Ergebnissen anderer Autoren verglich. In Übereinstimmung mit seinen experimentellen Untersuchungen unterscheidet Sawatzki fünf Reynoldszahlbereiche, für die er jeweils Approximationen seiner Meßwerte bereitstellt.

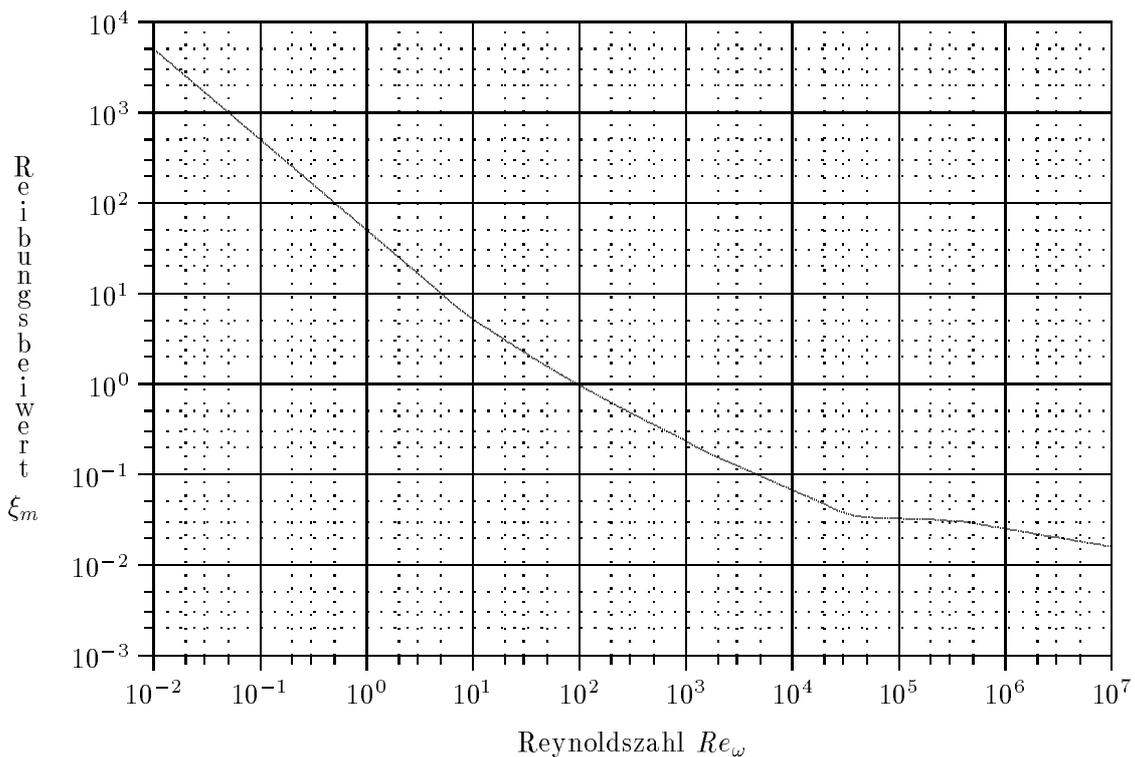


Abbildung 5: Abhängigkeit der Reibungszahl ξ_m von der Reynoldszahl Re_ω nach Sawatzki

3.2.1.1 Schleichende Strömung ($Re_\omega \rightarrow 0$) Für die schleichende Strömung um eine rotierende Kugel ergibt sich das theoretische Resultat :

$$\xi_m = \frac{16\pi}{Re_\omega} \quad \text{für : } 0 < Re_\omega \leq 10. \quad (35)$$

3.2.1.2 Übergang von der schleichenden Strömung zur laminaren Grenzschicht ($10 < Re_\omega \leq 1000$) In diesem Bereich ist die theoretische Lösung von Dennis aus [12] einzuordnen, der das stationäre Strömungsfeld um eine rotierende Kugel bei kleinen und mittleren Reynoldszahlen berechnete. Dennis erhält das Resultat ⁴ :

$$\xi_m = \frac{6.45}{\sqrt{Re_\omega}} + \frac{32.1}{Re_\omega} \quad \text{für : } 10 < Re_\omega \leq 1000 \quad (36)$$

Die in [58] angeführten theoretischen Lösungen anderer Autoren sind in diesem Übergangsbereich mit größeren Abweichungen gegenüber Sawatzkis Meßwerten behaftet.

3.2.1.3 Laminare Grenzschicht ($1000 < Re_\omega \leq 40000$) Sawatzki erhält für seine Meßwerte die Approximation :

$$\xi_m \cong \frac{6.8}{\sqrt{Re_\omega}} \quad (37)$$

während ein theoretisches Ergebnis von Banks mit :

$$\xi_m = \frac{6.54}{\sqrt{Re_\omega}} + \frac{16}{3}\pi \frac{1}{Re_\omega} \quad \text{für : } 1000 < Re_\omega \leq 40000 \quad (38)$$

eine überraschend gute Übereinstimmung mit den Meßwerten zeigt.

3.2.1.4 Übergang von der laminaren zur turbulenten Strömung

($40000 < Re_\omega \leq 400000$) Dieser Übergangsbereich wurde von Sawatzki besonders ausführlich untersucht. Auf Grund des ausgeprägt dreidimensionalen Charakters der Strömung und starker Störungen bei den Messungen der Reibungszahl in diesem Bereich verzichtet Sawatzki jedoch auf eine Approximation seiner Meßwerte. Da sich die Meßwerte in doppelt logarithmischer Darstellung in guter Näherung auf einer Gerade anordnen, sei hier eine Approximation dieser Meßwerte trotzdem versucht. Man erhält :

$$\xi_m = a_\omega Re_\omega^{b_\omega} = \frac{0.058}{\sqrt[20]{Re_\omega}} \quad \text{für : } 40000 < Re_\omega \leq 400000 \quad (39)$$

3.2.1.5 Turbulente Grenzschicht ($400000 < Re_\omega \leq 10^7$) Für diesen Bereich gibt Sawatzki eine Approximation seiner Meßergebnisse an :

$$\xi_m = \frac{0.4}{\sqrt[5]{Re_\omega}} \quad \text{für : } 400000 < Re_\omega \leq 10^7 \quad (40)$$

Ein von ihm hergeleitetes theoretisches Resultat zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen :

$$\xi_m = \frac{0.397}{\sqrt[5]{Re_\omega}} \quad \text{für : } 400000 < Re_\omega \leq 10^7 \quad (41)$$

Abschließend stellt Sawatzki in [58] fest, daß die Theorie jetzt in der Lage ist, eine Reibungszahl zu liefern, die im gesamten Bereich keine größeren Abweichungen aufweist als 4%, bis auf einen kleinen Bereich mittlerer Reynoldszahlen.

⁴Bei der Formulierung der Reibungszahlgsetze wird stets von einer positiven Rotationsgeschwindigkeit $\omega > 0$ ausgegangen. Für negative Rotationsgeschwindigkeiten $\omega < 0$ ergibt sich der korrekte Wert durch Berechnung des Betrages von ω mit der Reibungszahl ξ_m und der anschließenden Zuweisung des Vorzeichens.

3.2.2 Integration der Gleichung für die Partikelrotationsgeschwindigkeit

Mit den in 3.2.1 aufgeführten Beziehungen für die Reibungszahl ξ_m ergibt sich die Möglichkeit, die Gleichung (32) für alle Re_ω -Bereiche auf analytischem Wege zu integrieren. Zu diesem Zweck wählen wir folgende allgemeine Darstellung der Gleichung (32), die für alle Re_ω -Bereiche mit Ausnahme des Bereiches aus 3.2.1.2 möglich ist :

$$I \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\rho_F}{2} \frac{dP}{2} \nu^2 a_\omega Re_\omega^{2+b_\omega} \quad (42)$$

mit den folgenden Werten für die Konstanten a_ω und b_ω in den einzelnen Bereichen von Re_ω :

Re_ω	a_ω	b_ω
$0 < Re_\omega \leq 10$	16π	-1
$1000 < Re_\omega \leq 40000$	6.8	$-\frac{1}{2}$
$40000 < Re_\omega \leq 400000$	0.058	$-\frac{1}{20}$
$400000 < Re_\omega \leq 10^7$	0.397	$-\frac{1}{5}$

Aus dieser verallgemeinerten Differentialgleichung erhalten wir :

$$\frac{4\nu I}{dP^2} \frac{dRe_\omega}{dt} = -\frac{\rho_F}{2} \frac{dP}{2} \nu^2 a_\omega Re_\omega^{2+b_\omega} \quad (43)$$

$$\frac{dRe_\omega}{dt} = -\frac{15}{16} \frac{\rho_F}{\pi \rho_P} \frac{4}{dP^2} \nu a_\omega Re_\omega^{2+b_\omega}$$

$$\frac{dRe_\omega}{dt} = K_\omega a_\omega Re_\omega^{2+b_\omega} \quad (44)$$

$$\text{mit : } K_\omega = -\frac{15}{16} \frac{\rho_F}{\pi \rho_P} \frac{4}{dP^2} \nu$$

Die Integration dieser Differentialgleichung führt auf den Ausdruck :

$$\int \frac{dRe_\omega}{Re_\omega^{2+b_\omega}} = K_\omega a_\omega t + c_\omega \quad (45)$$

wobei c_ω die Konstante der unbestimmten Integration ist und sich aus der Zusatzbedingung $\omega(t)|_{t=0} = \omega_0$ bestimmen läßt. Für $b_\omega \neq -1$ erhalten wir die allgemeine Lösung für $\omega = \omega(t)$ in der Form :

$$\omega = \frac{4\nu}{dP^2} [c_\omega - K_\omega a_\omega (1 + b_\omega) t]^{1/(1 + b_\omega)} \quad (46)$$

$$\text{mit : } c_\omega = \left(\frac{dP^2 \omega_0}{4\nu} \right)^{-(1 + b_\omega)}$$

Für den Bereich aus 3.2.1.1 ergibt sich der Spezialfall mit $b_\omega = -1$ und somit die Lösung zu :

$$\omega = \omega_0 e^{K_\omega a_\omega t} \quad (47)$$

Da sich die Gleichung (32) für den Re_ω -Bereich aus 3.2.1.2 nicht in der verallgemeinerten Form (42) darstellen läßt, erfordert dieser Fall eine separate Lösung :

$$I \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\rho_F}{2} \frac{dP}{2} \nu^2 Re_\omega^2 \left(\frac{a_\omega}{\sqrt{Re_\omega}} + \frac{b_\omega}{Re_\omega} \right) \quad (48)$$

$$a_\omega = 6.45 \quad ; \quad b_\omega = 32.1$$

Daraus erhalten wir die zu lösende Differentialgleichung :

$$\frac{dRe_\omega}{dt} = K_\omega \left(a_\omega Re_\omega^{3/2} + b_\omega Re_\omega \right) \quad (49)$$

mit der zusätzlichen Anfangsbedingung $\omega(t)|_{t=0} = \omega_0$. Die Integration dieser Differentialgleichung führt auf :

$$\int \frac{dRe_\omega}{\left(a_\omega Re_\omega^{3/2} + b_\omega Re_\omega \right)} = K_\omega t + c_\omega \quad (50)$$

Durch die Substitution $y = \sqrt{Re_\omega}$ läßt sich das Integral wie folgt umformen :

$$\int \frac{2y dy}{y^2 (a_\omega y + b_\omega)} = K_\omega t + c_\omega \quad (51)$$

Für das Integral auf der linken Seite ist nun eine Partialbruchzerlegung möglich :

$$\frac{2}{a_\omega} \int \left(\frac{a_\omega/b_\omega}{y} - \frac{a_\omega/b_\omega}{y + b_\omega/a_\omega} \right) dy = K_\omega t + c_\omega \quad (52)$$

Die beiden Teilintegrale der linken Seite sind jeweils zu nehmen und wir erhalten nach erfolgter Rücksubstitution :

$$\frac{2}{b_\omega} \ln \left(\frac{\sqrt{Re_\omega}}{\sqrt{Re_\omega} + \frac{b_\omega}{a_\omega}} \right) = K_\omega t + c_\omega \quad (53)$$

Durch Umstellen der Gleichung nach Re_ω und anschließende Bestimmung der Integrationskonstanten c_ω bekommen wir die angestrebte Lösung der ursprünglichen Differentialgleichung (48) in der Form :

$$\omega = \frac{\frac{4\nu}{dP^2} \left(\frac{b_\omega}{a_\omega} \right)^2 c_\omega^2 e^{K_\omega b_\omega t}}{\left(1 - c_\omega e^{1/2 K_\omega b_\omega t} \right)} \quad (54)$$

$$\text{mit :} \quad c_\omega = \frac{\sqrt{\omega_0}}{\sqrt{\omega_0} + \frac{2\sqrt{\nu} b_\omega}{dP a_\omega}}$$

Somit liegt für alle Re_ω -Bereiche eine analytische Lösung für $\omega = \omega(t)$ vor. Für die Simulationsrechnungen der vorliegenden Untersuchungen wurde jedoch nur das ω - t -Gesetz (54) für die Reibungszahl nach Dennis [12] verwendet, da auf Grund der betrachteten kleinen Teilchendurchmesser die Werte von Re_ω die Grenzen des Gültigkeitsbereiches von $10 < Re_\omega \leq 1000$ nicht überschritten.

3.3 Der Einfluß der Fluidturbulenz auf die Partikelbewegung

Bewegt sich eine Partikel in einer turbulenten Strömung, so ist ihre Bewegung nicht nur vom zeitlich gemittelten Strömungsfeld der kontinuierlichen Phase, sondern auch von deren turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten abhängig. Um diese bei der Berechnung der Partikelbewegung zu berücksichtigen, muß in den Bewegungsgleichungen (12) für die Partikel die zeitlich gemittelte Fluidgeschwindigkeit u_F durch die augenblickliche Fluidgeschwindigkeit $U_F = u_F + u'_F$ ersetzt werden. Die Bewegung der dispersen Phase kann dann durch ein stochastisches Verfahren simuliert werden, daß auf einer Bestimmung der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten des Fluids u'_F aus den zeitlich gemittelten Fluidgeschwindigkeiten u_F und der kinetischen Turbulenzenergie k_F basiert [63, 95, 64]. Wird isotrope Turbulenz und eine Gauss-Verteilung der Schwankungsgeschwindigkeiten der fluiden Phase angenommen, so können die Schwankungsgeschwindigkeiten u'_F aus einer solchen Verteilung mit einer Standardabweichung von $\sqrt{\frac{2}{3}k_F}$ als Zufallszahlen bestimmt werden. Die Integration der Bewegungsgleichungen (12) mit den augenblicklichen Fluidgeschwindigkeiten U_F liefert die entsprechenden Partikelgeschwindigkeiten und die Partikeltrajektorie.

Das Zeitintervall Δt_W für die Wechselwirkung zwischen der Partikel und dem zufällig erzeugten turbulenten Wirbel mit der Schwankungsgeschwindigkeit u'_F wird aus folgenden Bedingungen bestimmt :

- Die maximale Zeit, die eine Partikel mit einem turbulenten Wirbel in Wechselwirkung treten kann, ist begrenzt durch die Lebensdauer des Wirbels T_e .
- Ist die Relativgeschwindigkeit zwischen der Partikel und dem umgebendem Fluid $v_{rel} \neq 0$, so ist die Zeit der Wechselwirkung außerdem durch die Durchgangszeit $T_D = L_e/v_{rel}$ der Partikel durch den Wirbel begrenzt, die durch die Größe des Wirbels L_e und die Relativgeschwindigkeit v_{rel} gegeben ist.

Die Zeit der Wechselwirkung einer Partikel mit einem turbulenten Wirbel bestimmt sich demnach aus :

$$\Delta t_W = \min \{T_e, T_D\} \quad (55)$$

Für die Bestimmung der Turbulenzgrößen L_e und T_e werden in der Literatur verschiedene Ansätze verwendet. Schönung gibt in [63] z.B. folgende Beziehung an :

$$L_e = \frac{0.3 k_F^{3/2}}{\varepsilon_F} \quad ; \quad T_e = \frac{L_e}{\sqrt{\frac{2}{3}k_F}} \quad (56)$$

wobei ε_F für die Dissipation der kinetischen Turbulenzenergie steht.

Soll eine Abschätzung des Einflusses der Fluidturbulenz auf die Partikelbewegung vorgenommen werden, so ergibt sich aus einer Dimensionsanalyse der Bewegungsgleichung einer Partikel (unter Vernachlässigung aller Kräfte außer der Widerstandskraft und der Annahme des Stokes'schen Widerstandsgesetzes), daß die Partikelbewegung nur von drei dimensionslosen Parametern abhängig ist :

$$\rho_P/\rho_F \quad ; \quad \tau_P/T_e \quad ; \quad \tau_P/T_D \quad (57)$$

wobei $\tau_P = \frac{d_P^2 \rho_P}{18\nu \rho_F}$ als Partikel-Relaxationszeit bezeichnet wird. Ist nunmehr $\rho_P \gg \rho_F$ und $\tau_P \gg \Delta t_W = \min \{T_e, T_D\}$, so kann davon ausgegangen werden, daß das Folgevermögen der einzelnen Partikel gegenüber den turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten des Fluids gering ist und somit der Einfluß der Fluidturbulenz auf die Bewegung der dispersen Phase zu vernachlässigen ist.

Vergleichbare Untersuchungen über den Einfluß der Fluidturbulenz sind in den Arbeiten von Lee und Durst [35], Hetsroni [21], Schuh [64] sowie in [33, 3, 34] enthalten. In der Arbeit von Lee und Durst [35] wird u.a eine vertikale Rohrströmung ($D_R = 4.18 \text{ cm}$) betrachtet, der als

Feststoff Glaspartikeln mit einem Durchmesser von $d_P = 100 \dots 800 \mu m$ beigegeben werden. Aus einer von dem hier vorgestellten Modell abweichenden Untersuchung schlußfolgern die Autoren, daß sich diese Rohrströmung für Partikeln mit einem Durchmesser von $d_P \geq 21 \mu m$ bezüglich des Partikeltransports wie eine quasilaminare Strömung verhält und keine durch turbulente Diffusion bestimmte Kernzone vorhanden ist. Hetsroni gibt in [21] eine Beziehung für die Größe der energiereichen Wirbel in turbulenten Rohrströmungen mit $L_e \approx 0.1 D_R$ an. Wendet man diese Beziehung auf den in dieser Arbeit untersuchten Fall einer turbulenten Kanalströmung mit $D_R = 0.055 m$, $\rho_P/\rho_F \approx 2.5 \cdot 10^3$ und $d_P \geq 10^{-4} m$ an und setzt einen Turbulenzgrad der Fluidströmung von 15% voraus, so erhält man für die dimensionslosen Parameter aus (57) :

$$\rho_P/\rho_F \sim 2.5 \cdot 10^3 \quad ; \quad \tau_P/T_e \sim 10^2 \quad ; \quad \tau_P/T_D \sim 10^2 \quad (58)$$

Unter Berücksichtigung dieser Ergebnisse scheint die Annahme 2. von Seite 7 über eine mögliche Vernachlässigung der turbulenten Schwankungsbewegungen des Fluids auf die Bewegung der dispersen Phase für den hier betrachteten Fall einer turbulenten Kanalströmung und Partikeln mit einem Durchmesser von $d_P \geq 100 \mu m$ als gerechtfertigt.

3.4 Numerischer Lösungsalgorithmus

Nach den bisherigen Darlegungen erhalten wir mit der Gleichung (12) ein System von vier, zum Teil miteinander gekoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen, deren Lösung in den Variablen x_P , y_P , u_P und v_P in Abhängigkeit von der Zeit t nur durch numerische Integration möglich ist. Die für die numerische Integration notwendigen Anfangsbedingungen für $t = 0$ sowie die Randbedingungen auf der Strömungsberandung werden in den folgenden Abschnitten noch ausführlich diskutiert.

Für die numerische Integration wurde ein Runge–Kutta–Verfahren vierter Ordnung verwendet, daß [1, (Seite 693, 25.5.18.)] entnommen wurde. Zur Verbesserung des Konvergenzverhaltens des Verfahrens wurde eine Schrittweitensteuerung eingesetzt, die auf einem Vergleich der Lösung nach einem Zeitschritt Δt mit der Lösung nach zwei Zeitschritten mit jeweils $\frac{1}{2}\Delta t$ basiert und somit durch Anpassung der Schrittweite des Verfahrens den auftretenden numerischen Fehler reduziert. Nach jedem ausgeführten Zeitschritt wurde die Rotationsgeschwindigkeit ω entsprechend der analytischen Beziehung (54) aktualisiert.

4 Die Randbedingungen für die Bewegungsgleichungen – der Partikel–Wand–Stoß

Bewegt sich ein Teilchen in einem Strömungsgebiet, dessen Begrenzung durch feste Wände gebildet wird, so kommt es zu Partikel–Wand–Stößen. In diesem Fall müssen Beziehungen gefunden werden, die es erlauben, aus den Zustandsgrößen des Teilchens vor dem Partikel–Wand–Stoß neue Startwerte zur Lösung der Differentialgleichung (12) für die Teilchenbewegung nach dem Partikel–Wand–Stoß zu berechnen.

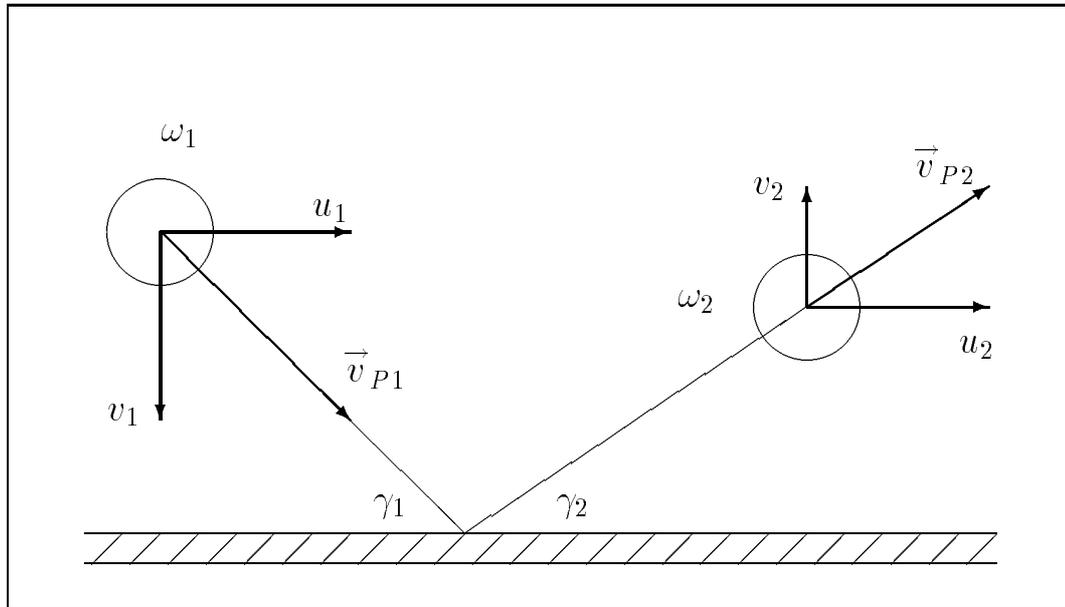


Abbildung 6: Schematische Darstellung eines Partikel–Wand–Stoßes

4.1 Stoß einer Kugel mit einer ideal glatten Wand

Sawatzki verwendet hierfür in seiner Dissertation [57] die idealisierte Vorstellung vom unelastischen, reibungsbehafteten Stoß einer Kugel mit einer ideal glatten Wand. Die Herleitung der aus dieser Annahme resultierenden Beziehungen für die Partikel–Wand–Wechselwirkung findet sich ausführlicher in den Arbeiten von Matsumoto und Saito [31, 37]. Ausgehend von dem in Abb.6 schematisch dargestellten Stoßvorgang, erhalten wir in Abhängigkeit vom Auftreffwinkel γ_1 Beziehungen für den Gleit– und Haftstoß. Die Indizes 1 und 2 charakterisieren die Zustandsgrößen des Teilchens jeweils vor und nach dem Wandstoß. Auf den Index P zur Kennzeichnung der Strömungsparameter der dispersen Phase wird im Zusammenhang mit den Untersuchung zum Partikel–Wand–Stoß verzichtet.

a) Gleitstoß :

$$\begin{aligned}
 \text{wenn :} \quad \tan \gamma_1 = \left| \frac{v_1}{u_1} \right| &< \frac{\left| u_1 + \frac{1}{2}d_p\omega_1 \right|}{\frac{7}{2}(1+k)fu_1} = \tan \gamma_{krit} \\
 \text{dann gilt :} \quad u_2 &= u_1 + \varepsilon(1+k)fv_1 \\
 v_2 &= -kv_1 \\
 \omega_2 &= \omega_1 + \varepsilon 5(1+k)f\frac{v_1}{d_p} \\
 \varepsilon &= \text{sgn}\left(u_1 + \frac{1}{2}d_p\omega_1\right)
 \end{aligned} \tag{59}$$

b) Haftstoß :

$$\begin{aligned}
 \text{wenn :} \quad \tan \gamma_1 &\geq \tan \gamma_{krit} \\
 \text{dann gilt :} \quad u_2 &= u_1 - \frac{2}{7}\left(u_1 + \frac{1}{2}d_p\omega_1\right) \\
 v_2 &= -kv_1 \\
 \omega_2 &= \omega_1 - \frac{5}{7}\left(\frac{2}{d_p}u_1 + \omega_1\right)
 \end{aligned} \tag{60}$$

Die in diesen Partikel–Wand–Stoßbeziehungen auftretende Stoßverlustzahl k und die Gleitreibungszahl f sind in erster Linie von der Materialpaarung Partikel–Wand abhängig, nach bisher unvollständigen Untersuchungen aber auch vom Teilchendurchmesser, vom Auftreffwinkel und von der Auftreffgeschwindigkeit. Die Stoßverlust– und die Gleitreibungszahl müssen somit für jede Materialpaarung experimentell ermittelt werden.

4.1.1 Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen

Experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung von Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen sind in der Fachliteratur für eine Vielzahl unterschiedlicher Partikel– und Wandmaterialien und unter sehr unterschiedlichen Versuchsbedingungen durchgeführt worden.

Petrak und Michael berichten in [47] über Messungen mittels faseroptischen Geschwindigkeitsmeßsonden (FOA — faseroptische Anemometrie) an einem Teilchenfreistrahle, der auf eine Prallplatte geleitet wurde. Mit Hilfe der aus den Stoßbeziehungen für den Gleitstoß nach Formel (59) resultierenden Abhängigkeit :

$$k = \frac{|v_2|}{|v_1|} \quad ; \quad f = \frac{|u_2 - u_1|}{|v_1|(1+k)} \tag{61}$$

wurden die k – und f –Werte für Weizen–, Glas– und Stahlpartikeln beim Stoß mit einer Stahlplatte bestimmt. Im Vordergrund dieser Untersuchungen stand die Materialabhängigkeit der Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen, so daß eine Abhängigkeit dieser Kenngrößen vom Auftreffwinkel, und der Auftreffgeschwindigkeit nicht untersucht wurden. Die ermittelten k – und f –Werte sind der Tabelle auf Seite 26 zu entnehmen.

In [56, 87] wurden von Salman umfangreiche Experimente für den Stoß von Aluminiumoxid–, Glas–, Polystyren– und Kunstdüngerpartikeln ($d_p = 3.0 \dots 7.4 \text{ mm}$) mit einer 1 mm starken Stahlplatte durchgeführt. Dabei wurden die Auftreffwinkel der Partikeln in einem Bereich von $11^\circ \leq \gamma_1 \leq 90^\circ$ variiert. Für die verschiedenen Kombinationen von Partikel– und Wandmaterial

wurde eine lineare Abhängigkeit der Differenz der wandnormalen Geschwindigkeitskomponenten vor und nach dem Stoß ($v_1 - v_2$) vom Sinus des Auftreffwinkels $\sin \gamma_1$ festgestellt :

$$\frac{v_1 - v_2}{|\vec{v}_1|} = (1 - k_V) + a_V(1 - \sin \gamma_1) \quad (62)$$

Die Differenz der tangentialen Geschwindigkeitskomponenten ergibt sich nach Salman aus folgender Approximationsgleichung :

$$\frac{u_1 - u_2}{|\vec{v}_1|} = b_V(\sin \gamma_1 - (\sin \gamma_1)^{c_V}) \quad (63)$$

k_V entspricht der Stoßverlustzahl k bei einem Auftreffwinkel $\gamma_1 = 90^\circ$, die Werte für a_V , b_V und c_V wurden anhand der Meßwerte nach der Methode des kleinsten Fehlerquadrats ermittelt und sind für die unterschiedlichen Partikelmaterialien in Anhang A wiedergegeben. Salman weist darauf hin, daß bei einer Extrapolation der Gleichung (62) für kleine Auftreffwinkel $\gamma_1 < 11^\circ$ die rechte Seite der Gleichung unabhängig vom Partikelmaterial negative Werte annimmt und somit $v_2 > v_1$ ist. Nach der Definition für die Stoßverlustzahl k aus Gleichung (61) entspricht diese Beobachtung dem Auftreten von Stoßverlustzahlen $k > 1$ für $\gamma_1 \rightarrow 0$. Salman stellt in [56] Vergleiche mit Messungen von Brauer an, der für den Stoß einer Stahlkugel mit 12 verschiedenen Targetmaterialien im Stoßwinkelbereich $5^\circ \leq \gamma_1 \leq 30^\circ$ ein analoges Verhalten der Stoßverlustzahlen bei kleinen Auftreffwinkeln festgestellt hat.

Umfangreiche Untersuchungen zum Stoßverhalten von Flugasche- und Quarzpartikeln mit Stahl- und Aluminiumoberflächen wurden von einer Wissenschaftlergruppe um W. Tabakoff am Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics an der University of Cincinnati, USA durchgeführt [77, 19, 74]. Da es sich dabei um begleitende Untersuchungen zur Erosion an Laufrädern von Turbomaschinen durch die Einwirkung von Flugasche- und Quarzpartikeln handelte, beziehen sich die Messungen auf sehr kleine Teilchendurchmesser $d_P = 5 \dots 200 \mu m$ und sehr hohe Partikelgeschwindigkeiten von $|\vec{v}_1| = 75 \dots 305 m/s$. In [77, 19] werden in einem speziellen Erosionswindkanal mittels Laser-Doppler-Anemometrie die Partikelgeschwindigkeiten in $2 mm$ Abstand von der Targetoberfläche gemessen und aus diesen Meßwerten die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen für den Auftreffwinkelbereich von $15^\circ \leq \gamma_1 \leq 75^\circ$ abgeleitet. Tabakoff stellt fest, daß $k \rightarrow 1$ strebt bei Verringerung des Auftreffwinkels $\gamma_1 \rightarrow 0$. Für $\gamma_1 < 20^\circ$ wurde ein starker Anstieg von $k \rightarrow 1$ ermittelt. Tabakoff erwähnt auch, daß k -Werte größer als 1 für kleine Winkel γ_1 mit einer Wahrscheinlichkeit von bis zu 50 % auftreten können. Im Vergleich mit einer anderen Arbeit wurde für Quarzteilchen mit $d_P = 200 \mu m$ und $|\vec{v}_1| = 76 m/s$ eine lineare Abhängigkeit des k -Wertes vom Auftreffwinkel γ_1 festgestellt, während für die kleineren Flugascheteilchen mit $d_P = 1 \dots 15 \mu m$ diese Abhängigkeit deutlich nichtlinearen Charakter annahm. Für numerische Simulationen stellt Tabakoff Approximationsgleichungen für die k - und f -Werte in Form von Polynomen über $\sin \gamma_1$ zur Verfügung. Da dieses Material sehr umfangreich ist, wird eine Diskussion dieser Approximationsgleichungen im Anhang B vorgenommen.

Eine sehr interessante Untersuchung stammt von Shaffer und Ramer [67], die mittels eines mit einem Kupferdampf-Impulslaser betriebenen Visualisierungssystems und einer computergesteuerten Digitalisierereinrichtung Teilchenbahnen in der Nähe einer Prallplatte sichtbar gemacht haben und die Vermessung dieser Teilchentrajektorien und die Bestimmung der Teilchengeschwindigkeiten ermöglichten. Dabei handelte es sich um Glasteilchen mit $d_P = 90 \mu m$ und $|\vec{v}_1| = 24 m/s$. Es wurden verschiedene Auftreffwinkel $\gamma_1 = 22.5^\circ, 45^\circ, 67.5^\circ$ für eine Aluminiumplatte untersucht. Aus der in der Arbeit enthaltenen Abbildung einer solchen digitalisierten Teilchentrajektorie ergeben sich für $\gamma_1 = 69^\circ$ die Werte $k = 0.78$ sowie $f = 0.08$.

Eine Arbeit von Govan [18] untersucht Partikel-Wand-Wechselwirkungen direkt in einer vertikalen Gas-Feststoff-Strömung und in einem Vergleichsexperiment an einer Prallplatte. Mittels einer speziellen Optik wird ein stark aufgeweiteter Laserstrahl zur Beleuchtung in axialer Richtung in die vertikale Testsektion eingekoppelt und durch Hochgeschwindigkeitskinematographie

werden Aufnahmen von Partikel–Wand–Stößen in der Testsektion gewonnen. Durch die Auswertung der aufeinander folgenden Aufnahmen können die Geschwindigkeiten der Partikeln vor und nach dem Wandstoß ermittelt werden. Aus diesen Meßwerten wurden von Govan für Glas– und Gummipartikeln mit $d_P \sim 500 \dots 850 \mu m$ und Partikelgeschwindigkeiten von $|\vec{v}_1| \leq 1.5 m/s$ die Stoßverlustzahlen berechnet, die in vielen Fällen größer als 1 waren. Um dieses Ergebnis zu verifizieren, wurde ein separates Experiment an einer Prallplatte durchgeführt, die aus demselben Material wie die Testsektion hergestellt wurde. Im Gegensatz zum Experiment an der vertikalen Rohrströmung konnten jedoch keine Stoßverlustzahlen $k > 1$ an der Prallplatte gemessen werden. Vielmehr lagen die Stoßverlustzahlen für die Glasballotinis im Bereich $k \sim 0.7 \dots 0.75$ und für die Gummipartikeln im Bereich von $k \sim 0.85 \dots 0.9$. Govan beobachtete jedoch bei den in der Testsektion von der Rohrwand reflektierten Partikeln hohe Rotationsgeschwindigkeiten von mehr als $1000 \frac{1}{s}$ und vermutet, daß die Messungen in der vertikalen Rohrströmung stark von der Teilchenrotation, der Lage der Rotationsachse und vom Stoßwinkel abhängig sind. Govan vertritt abschließend die Ansicht, daß Stoßexperimente an Prallplatten mit nicht rotierenden Partikeln nicht geeignet sind, ähnliche Partikel–Wand–Stoßeffekte, wie sie in der vertikalen Testsektion beobachtet wurden, zu erzeugen. Erste Experimente mit zwei aufeinander folgenden Partikel–Wand–Stößen an unterschiedlichen Prallplatten scheinen diese Vermutung zu bestätigen.

Eine solche Prallapparatur mit zwei aufeinander folgenden Prallplatten wurde von Illyes in [25] realisiert. Diese Versuchsanordnung gestattet die Untersuchung ein– und mehrmaliger Stöße einer Partikel mit den Prallplatten. Zur Bestimmung der Partikelgeschwindigkeiten wurde ebenfalls Hochgeschwindigkeitskinematographie eingesetzt. Untersucht wurde das Verhalten einer Stahlkugel mit $d_P = 6 mm$ beim Stoß mit Oberflächen aus Aluminium, Stahl, AlMgSi0.5 und PMMA (Kunststoff) sowie der Stoß einer Aluminiumkugel mit einer Stahloberfläche. In allen Experimenten zeigte sich unabhängig von der Materialkombination eine ähnliche Abhängigkeit der Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen von der Partikelgeschwindigkeit und vom Auftreffwinkel. Ist für kleine Auftreffgeschwindigkeiten $|\vec{v}_1| < 1 m/s$ die Stoßverlustzahl $k \sim 1$, so fällt k mit ansteigender Auftreffgeschwindigkeit stark ab und erreicht für $|\vec{v}_1| \geq 10 m/s$ einen konstanten Wert. Dieser Wert von k ist für höhere Auftreffgeschwindigkeiten nur vom Auftreffwinkel abhängig. Für den Stoß einer Stahlkugel auf Stahl ergibt sich für $\gamma_1 = 15^\circ$ eine Stoßverlustzahl von $k = 0.93$, während für $\gamma_1 = 85^\circ$ die Stoßverlustzahl lediglich $k = 0.35$ betrug. Auf Grund der experimentellen Ergebnisse wird eine asymptotische Annäherung von $k \rightarrow 1$ für $\gamma_1 \rightarrow 0$ vermutet.

Um Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen für die im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen beabsichtigten numerischen Simulationsversuche zu erhalten, wurden von Schade eigene Experimente zum Stoß von Glasballotinis mit Stahl– und Aluminiumoberflächen durchgeführt [60, 45]. Für diese Untersuchungen wurde eine spezielle Prallapparatur aufgebaut, mit der es möglich war, Partikeln auf eine Prallplatte aufzuschießen und durch Messungen der Auf– und Rückprallgeschwindigkeiten sowie der Auf– und Rückprallwinkel die Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen zu bestimmen. Die Beschleunigung der Feststoffpartikeln erfolgte mit Hilfe eines Gas–Feststoff–Injektors. Die Partikelgeschwindigkeiten wurden sehr nahe am Stoßort mit Hilfe speziell konstruierter faseroptischer Meßsonden gemessen. Da die Messungen nicht an Einzelteilchen, sondern an einem Teilchenfreistrahl durchgeführt wurden, und dieser beim Stoßvorgang mit der Prallplatte über einen gewissen Winkelbereich aufgefächert wurde, konnte die Reflexionsgeschwindigkeit und der Reflexionswinkel nur durch ein Abtasten dieses Winkelbereiches ermittelt werden. Als Reflexionswinkel γ_2 wurde derjenige Winkel im reflektierten Feststoffstrahl angenommen, für den sich mit dem in [45] verwendeten Meßverfahren ein Maximum der relativen dispersen Dichte einstellte.

In ersten Experimenten mit Glasballotinis mit einem mittleren Durchmesser von $d_P = 115 \mu m$ und einer Dichte von $\rho_P = 2500 kg/m^3$ wurden für $|\vec{v}_1| = 3.78 \dots 12.9 m/s$ und $\gamma_1 = 25^\circ$ die Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen zu $k = 0.658$ und $f = 0.156$ ermittelt. Diese Werte wurden auch in den numerischen Simulationen der vorliegenden Arbeit verwendet. Spätere Untersuchungen von Schade zeigten, daß die k – und f –Werte zwar unwesentlich von der Auf–

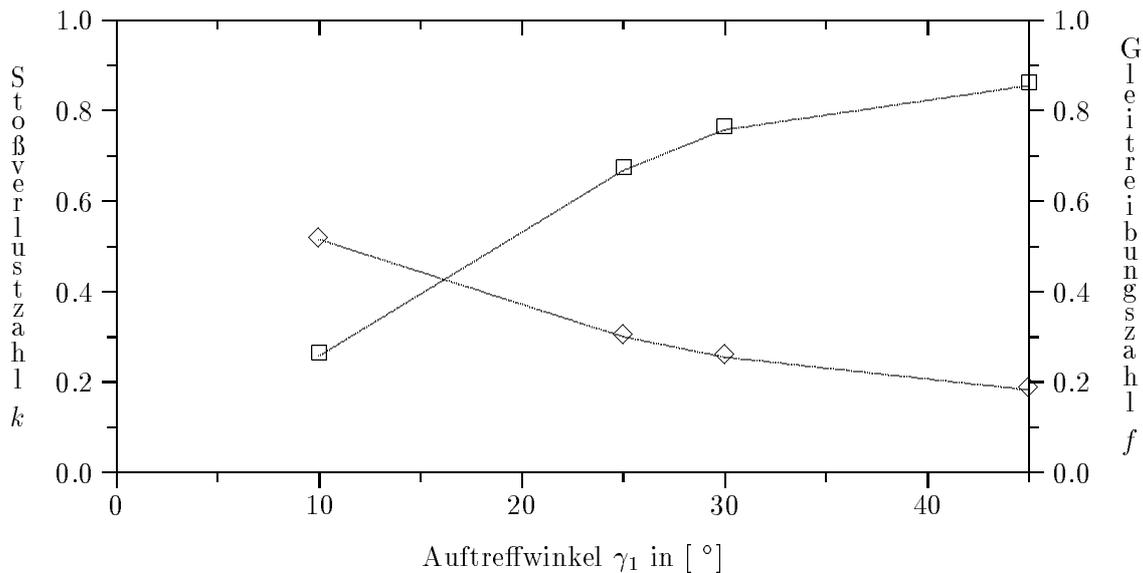


Abbildung 7: Abhängigkeit der Stoßverlustzahl (—□—) und der Gleitreibungszahl (—◇—) vom Auftreffwinkel nach Schade

treffgeschwindigkeit aber dafür deutlich vom Auftreffwinkel γ_1 abhängig sind. Abb. 7 zeigt diese von Schade ermittelte Abhängigkeit für den Stoß von Glasballotinis mit $|\vec{v}_1| = 6.3 \text{ m/s}$ und $d_P = 115 \mu\text{m}$ mit einer Stahloberfläche. Im Gegensatz zu den Arbeiten von Tabakoff [77], Illyes [25] und anderen Autoren konnte ein Ansteigen der Stoßverlustzahlen $k \rightarrow 1$ für $\gamma_1 \rightarrow 0$ nicht beobachtet werden. Vielmehr nehmen die Stoßverlustzahlen k mit kleiner werdendem Auftreffwinkel γ_1 stark ab, während die Gleitreibungszahlen f für $\gamma_1 \rightarrow 0$ deutlich ansteigen. Da die experimentellen Arbeiten von Schade zum Zeitpunkt der Fertigstellung der numerischen Untersuchungen jedoch noch nicht abgeschlossen waren, ließen diese vorläufigen Ergebnisse keine endgültigen Aussagen über die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen zu.

Abschließend gibt die nachfolgende Tabelle eine Übersicht über die in der Literatur Verwendung findenden Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen.

Autoren / Quelle	Material Teilchen → Wand	d_P	k	f
Govan in [18]	Glas → Kupfer	500 600 μm	0.7 ... 0.75	—
	Gummi → Kupfer	600 μm	0.85 ... 0.9	—
Illyes in [25]	Stahl → Stahl	6 mm	$\gamma_1 = 15^\circ$: 0.93	—
	→ Aluminium		$\gamma_1 = 85^\circ$: 0.35	
	→ Messing		$k \rightarrow 1$ für	
	→ Kunststoff		$\gamma_1 \rightarrow 0$	
Konno, Saito in [31]	Glas → Glas	0.5 mm	0.9	0.4
		1.0 mm		

Autoren / Quelle	Material Teilchen → Wand	d_P	k	f
Matsumoto, Saito in [36, 37]	Glas → Pyrex-Glas	0.17 mm 0.5 mm 1.0 mm	0.97	0.4
	Kupfer → Pyrex-Glas	0.27 mm 0.5 mm		
Ottjes in [43]	Polyethylen → Stahl	3 mm	$k = \frac{0.7}{1 + \frac{1}{10} v_1 }$	0.25
Petrak, Michael in [47]	Weizen → Stahl	200 400 μm	0.5	0.4
	Glas → Stahl	100 160 μm	0.94	0.55
	Stahl → Stahl	3 mm	0.55	0.15
Schade, Petrak in [60, 45]	Glas → Stahl	115 μm	0.658 $k = k(\gamma_1)$	0.156 $f = f(\gamma_1)$
Shaffer, Ramer in [67]	Glas → Aluminium	90 μm	0.78	0.08
Tabakoff, Malak in [77]	Flugasche → Stahl	1 ... 15 μm	$k = k(\sin \gamma_1)$ $k \rightarrow 1$ für $\gamma_1 \rightarrow 0$	$f = f(\sin \gamma_1)$
	Quartz → Stahl	200 μm		
Tsuji, Morikawa in [82]	Stahl → Plaste	1.1 mm	0.932	0.09
	Polyethylen → Plaste	1.1 mm	0.875	0.4
Tsuji, Tanaka in [83]	Polystyren → Acryl	1 mm	0.8	0.4
Verba, Salman in [56, 87]	Aluminiumoxid → Stahl	3.3 mm 5.3 mm	$k =$ $k(k_V, a_V, \sin \gamma_1)$ $k > 1$ möglich	$f =$ $f(b_V, c_V, \sin \gamma_1)$
	Glas → Stahl	7.3 mm		

4.2 "Irreguläre" Wandstoßmodelle

Erfolgt die numerische Simulation der Bewegung von Feststoffteilchen in einer horizontalen Kanalströmung nach Gleichung (12) unter Berücksichtigung der Partikel–Wand–Wechselwirkung nach Gleichung (59) und (60), so kommt es zu dem in Kapitel 1 erwähnten numerischen Effekt, daß die Feststoffpartikeln sich an der unteren Kanalwand absetzen und die Bewegung nach einer gewissen Anzahl von Partikel–Wand–Stößen zum Erliegen kommt. Hauptverantwortlich für dieses Bewegungsverhalten der Teilchen in der numerischen Simulation ist die Stoßverlustzahl k , die in den meisten experimentellen Untersuchungen mit $k < 1$ bestimmt wird. Ist die Stoßverlustzahl $k < 1$, so führt dies zu einem kontinuierlichen Energieverlust des Teilchens beim Partikel–Wand–Stoß, der von den wirkenden aerodynamischen Kräften nicht ausgeglichen werden kann.

Die Suche nach den Ursachen für das in Experimenten beobachtete reale Förderverhalten von Feststoffteilchen unter strömungsmechanischen Bedingungen, für die das numerische Experiment schon ein Absetzen der Teilchen und somit ein Erliegen der pneumatischen Förderung voraussagt, führt zu der Erkenntnis, daß die aerodynamischen Auftriebskräfte nicht die ausschlaggebenden Faktoren für eine pneumatische Förderung von Feststoffteilchen sind. Vielmehr sind die Ursachen für das Bewegungsverhalten der Feststoffteilchen in einer näheren Erforschung der Partikel–Wand–Wechselwirkung zu suchen. Im folgenden soll auf die vielfältigen Versuche einer realistischen physikalischen Beschreibung des Phänomens Partikel–Wand–Kontakt näher eingegangen werden.

4.2.1 Stoßverlustzahlen von $k > 1$

Wie bereits in Abschnitt 4.1.1 diskutiert, trifft man in der Literatur des öfteren auf Arbeiten, in denen von Messungen der Stoßverlustzahl k berichtet wird, die für die jeweiligen experimentellen Bedingungen k -Werte größer als 1 ergaben.

Im Anhang A werden die Ergebnisse von Salman und Verba [56, 87] ausführlich diskutiert. Die Vermutung der Autoren bezüglich der Existenz eines Auftreffwinkelbereichs, in dem die Stoßverlustzahl k Werte größer als 1 annimmt, beruht auf der Extrapolation der empirischen Approximationsgleichung (62) für kleine Auftreffwinkel γ_1 und führt für den Grenzwert $\gamma_1 \rightarrow 0$ zu einem physikalischen Widerspruch. Daher erscheinen die experimentellen Ergebnisse von Salman und Verba im Bereich von $0^\circ \leq \gamma_1 \leq 11^\circ$ als nicht gesichert.

Im Gegensatz dazu berichtet Govan in [18] über Messungen an Partikel–Wand–Stößen beim vertikalen pneumatischen Transport, bei denen Stoßverlustzahlen $k > 1$ ermittelt wurden. Diese Beobachtungen konnten jedoch in Experimenten an einer Prallapparatur nicht nachvollzogen werden. Govan verweist daher selbst auf die starke Partikelrotation in der vertikalen Rohrströmung, die meßtechnisch nicht erfaßt werden konnte und somit einen unbekanntem Einfluß auf die Geschwindigkeitsmeßwerte ausübte.

Die Experimente zum Partikel–Wand–Kontakt der Forschungsgruppe um W. Tabakoff sind im Anhang B ausführlich dargestellt. Die gewonnenen experimentellen Ergebnisse basieren auf einer großen Anzahl von Meßwerten für die Stoßcharakteristiken und tragen statistischen Charakter. Tabakoff stellt die gewonnenen k -Werte als Verteilung über deren Häufigkeit dar und gelangt zu der Aussage, daß für kleine Auftreffwinkel $\gamma_1 \rightarrow 0$ die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses, daß Stoßverlustzahlen $k > 1$ auftreten, bei annähernd 50 % liegen kann. Im Gegensatz zu anderen Untersuchungen liegen in den zitierten Arbeiten von Tabakoff tatsächlich Meßergebnisse für sehr kleine Auftreffwinkel γ_1 vor. Mögliche Ursachen für die ermittelten Stoßverlustzahlen $k > 1$ sind die von Tabakoff in [75] erwähnten starken Veränderungen der Oberfläche der Prallplatten während der Versuchsdauer auf Grund der erosiven Wirkung der Feststoffpartikeln sowie die unregelmäßige Partikelform der verwendeten Quarzteilchen. Für die numerischen Simulationen der Partikelbewegung in Turbomaschinen verwenden Tabakoff und andere wiederum Approximationsgleichungen für die statistischen Mittelwerte der Stoßcharakteristiken, die mittlere Stoßverlustzahlen $k \leq 1$ festschreiben.

4.2.2 Stoß eines elliptischen Teilchens mit einer glatten Wand

Beschäftigen sich die Arbeiten von Salman [56, 87], Govan [18] und Tabakoff [77, 19] mit den integralen Größen Stoßverlust- und Gleitreibungszahl, so bemühen sich die nun diskutierten Arbeiten, näher auf die physikalischen Vorgänge beim Partikel-Wand-Stoß einzugehen.

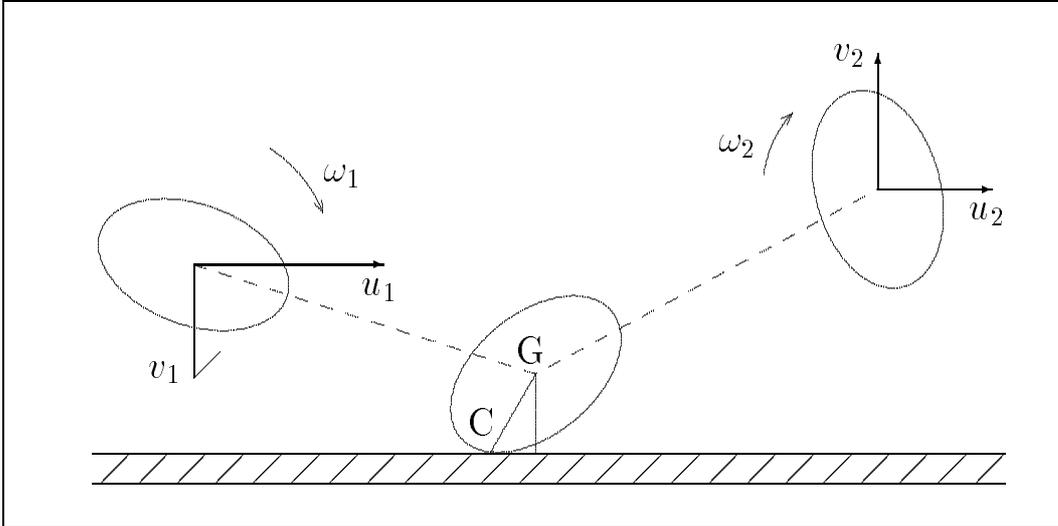


Abbildung 8: Stoß eines elliptischen Teilchens mit einer glatten Wand

In der Arbeit von Matsumoto und Saito [36] wird erstmals ein Wandstoßalgorithmus vorgestellt, der auf physikalische Weise das Auftreten von Stoßverlustzahlen $k > 1$ zu erklären versucht. Matsumoto geht dabei von der berechtigten Annahme aus, daß in den seltensten Fällen das Versuchsgut aus ideal kugelförmigen Teilchen besteht. Vielmehr weisen alle Teilchen in einer Gas-Feststoff-Strömung eine gewisse Abweichung von der Kugelform auf. Matsumoto nimmt nunmehr die Teilchenform als rotationssymmetrischen Ellipsoiden an und leitet analog zu (59) und (60) Beziehungen für den Partikel-Wand-Stoß eines elliptischen Teilchens mit einer ideal glatten Wand her. Wie aus Abbildung 8 zu ersehen ist, sind zusätzliche Kraftwirkungen zu berücksichtigen, da der Schwerpunkt \mathbf{G} des Teilchens im allgemeinen nicht mehr senkrecht über dem Kontaktpunkt \mathbf{C} des Teilchens mit der Wand liegt und der Abstand zwischen Schwerpunkt des Teilchens und dem Kontaktpunkt nicht mehr konstant ist, sondern von der Lage des Teilchens zur Wand abhängig ist. Somit sind die Teilchengeschwindigkeiten u_2 , v_2 und ω_2 nach dem Stoß nicht nur von den Teilchengeschwindigkeiten u_1 , v_1 und ω_1 vor dem Stoß, sondern zusätzlich von der räumlichen Lage der Symmetrieachsen des Ellipsoids zum Zeitpunkt des Partikel-Wand-Stoßes abhängig. Die daraus resultierenden Partikel-Wand-Stoßbeziehungen sind nach [36] so komplex, daß sie in einfacher analytischer Form nicht mehr angegeben werden können, sondern numerisch für jeden Partikel-Wand-Stoß gelöst werden müssen.

Matsumoto berechnet in [36] die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $k = |v_2/v_1| > 1$ und stellt fest, daß die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses anwächst, wenn die Exzentrizität des Teilchens zunimmt. Ist η das Verhältnis der längsten zur kürzesten Halbachse des Ellipsoiden, so wird für eine vergleichsweise geringe Exzentrizität von $\eta = 1.1$ eine Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $k > 1$ von annähernd 50 % erreicht.

Matsumoto und Saito verwenden die ermittelten Partikel-Wand-Stoßbeziehungen für elliptische Teilchen für die numerische Simulation einer horizontalen Kanalströmung [36, 38]. Für eine Teilchenexzentrizität von $\eta = 1.02$, die der für das verwendete Versuchsgut gemessenen Exzentrizität der Partikeln entsprach, wurde für die Konzentrationsprofile eine gute Übereinstimmung zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen erzielt. Geringe Abweichungen traten

bei den Profilen der Translationsgeschwindigkeiten auf.

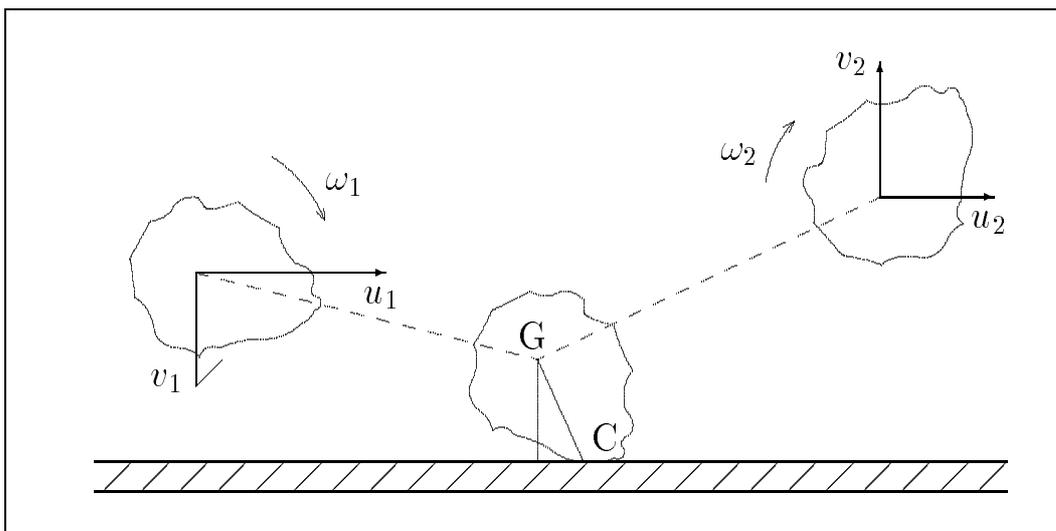
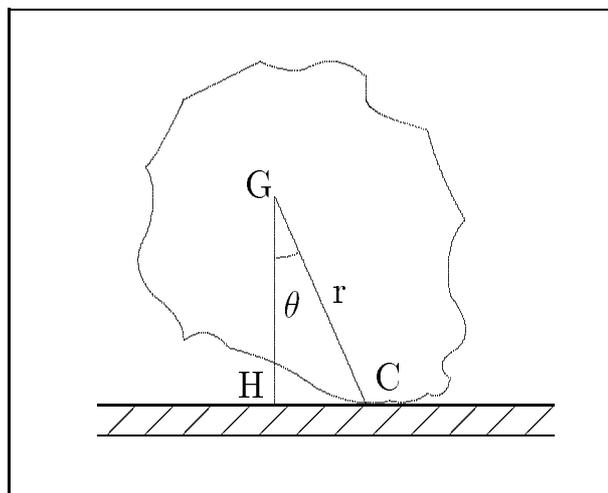


Abbildung 9: Lage eines nicht kugelförmigen Teilchens bezüglich einer glatten Wand

4.2.3 Verallgemeinertes Partikel–Wand–Stoßmodell nach Tsuji

Verallgemeinerte Vorstellungen über die numerische Simulation des Partikel–Wand–Stoßes für Teilchen beliebiger geometrischer Form finden sich in den Arbeiten von Tsuji [84, 85]. Tsuji beschreibt ein Modell, mit dem es für Teilchen mit beliebiger Teilchenform — einschließlich Teilchen mit teilweise konkaver Oberfläche — möglich ist, Partikel–Wand–Stoßbeziehungen herzuleiten.

Als Bezugspunkt für die Lage des Teilchens betrachtet Tsuji den Schwerpunkt \mathbf{G} des Teilchens, der sich bei gegebener Teilchenform auf geometrischem Wege ermitteln läßt. Die nebenstehende Abbildung und Abb. 9 zeigen dann die Definition zweier charakteristischer Größen für ein mit einer glatten Wand stoßendes Teilchen — des charakteristischen Radius r (Abstand zwischen Schwerpunkt \mathbf{G} und Kontaktpunkt \mathbf{C} des Teilchens mit der Wand) und des charakteristischen Winkels θ (Winkel zwischen der Senkrechten aus \mathbf{G} auf die Tangente an die Teilchenform und dem charakteristischen Radius r).



Für ein kugelförmiges Teilchen ist für alle Lagen des Teilchens zur Wand $r \equiv 1/2d_P$ und $\theta \equiv 0$. Für ein beliebig geformtes Teilchen stellen hingegen r und θ Funktionen der Lage des Teilchens bezüglich der Wand dar. In [84] wird eine gegebene Teilchenform durch 180 für regelmäßige Winkelabstände bestimmte Parametersätze $(\overline{\mathbf{GH}}, \theta, r)$ charakterisiert. Die so bestimmten Werte stellen Materialkonstanten dar und gehen in die Berechnung des Partikel–Wand–Stoßes ein. Für den Partikel–Wand–Stoß wird dann die Lage des Schwerpunktes \mathbf{G} bezüglich des Kontaktpunktes \mathbf{C} analog zu [36] berücksichtigt. Im Gegensatz zu Matsumotos Arbeit erhält Tsuji jedoch

explizite analytische Ausdrücke für die Partikel–Wand–Stoßbeziehungen.

In [85] wird die in [84] beschriebene Methode der numerischen Simulation des Partikel–Wand–Stoßes im Fall einer horizontalen Kanalströmung angewandt. Betrachtet werden vier zufällig erzeugte und unterschiedlich stark von der Kugelform abweichende Teilchenformen. Der Einfluß der Teilchenform auf Konzentrations– und Geschwindigkeitsverteilungen wird demonstriert und für eine der vier Teilchenformen ein Vergleich mit experimentellen Daten vorgenommen. Die beste Übereinstimmung wurde für :

$$r/\bar{r} \in [0.976, 1.018] \quad ; \quad \theta \in [-3.365, 3.359]$$

erzielt, wobei \bar{r} für den mittleren charakteristischen Radius der Partikel steht. Als Hauptvorteil der demonstrierten Methode wird hervorgehoben, daß ihre Anwendung nicht auf den Fall elliptischer Teilchen beschränkt bleibt, sondern beliebige Teilchenformen in die Simulation von Gas–Feststoffströmungen einbezogen werden können. Der dazu erforderliche numerische Aufwand ist jedoch als nicht unerheblich einzuschätzen.

4.2.4 Das Wandrauheitsmodell nach Matsumoto

Neben der von der Kugel abweichenden Teilchenform existiert ein zweiter Faktor, der gleichberechtigt als physikalische Ursache für das Auftreten von Stoßverlustzahlen $k > 1$ anzusehen ist.

Betrachtet man reale pneumatische Transportprozesse, so kann man nur selten davon ausgehen, daß die Kanal– oder Rohrwände eine ideal glatte Oberfläche aufweisen. In der Realität weisen Oberflächen verfahrenstechnischer Anlagen stets einen gewissen Grad an Oberflächenrauigkeit auf, der unter Umständen die Größenordnung eines Teilchendurchmessers erreichen kann. In diesen Fällen kann davon ausgegangen werden, daß die Wechselwirkung eines Teilchens mit einer solchen rauhen Wand einen stärkeren Einfluß auf das weitere Bewegungsverhalten der Teilchen ausübt, als das durch die Abweichungen der Teilchenform von der Kugelform der Fall sein kann.

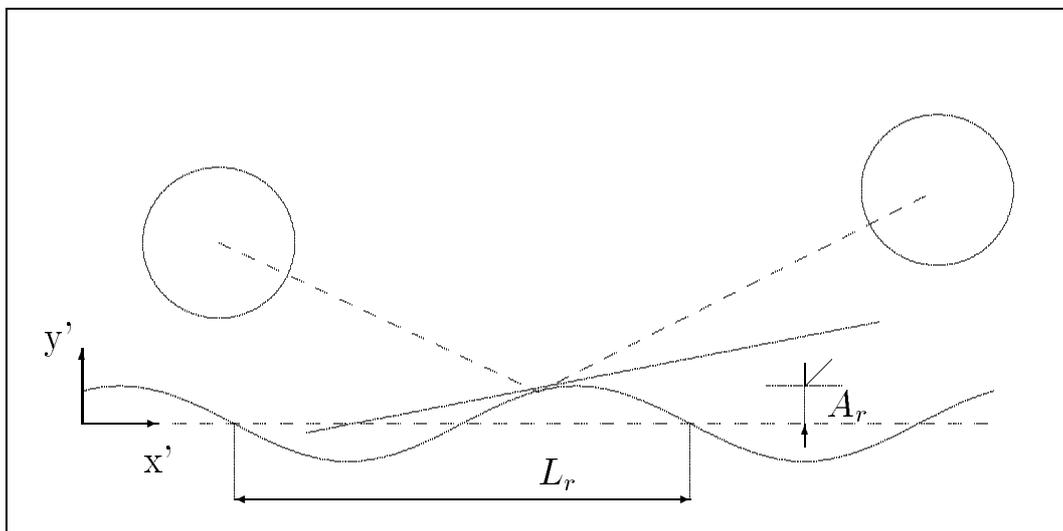


Abbildung 10: Schematische Darstellung der Modellierung der Wandrauigkeit nach Matsumoto

Matsumoto und Saito stellten in [37] erstmals ein Modell der Partikel–Wand–Wechselwirkung vor, in dem versucht wurde, den Einfluß der Wandrauigkeit zu berücksichtigen. In Abb. 10 ist die mathematische Modellierung der Wandrauigkeit schematisch dargestellt. Der glatten Wand

ist eine Sinusfunktion

$$y' = A_r \sin \left(\frac{2\pi}{L_r} x' + \alpha_r \right) \quad (64)$$

überlagert. A_r ist die Rauigkeitsamplitude und L_r ist die Zykluslänge der Wandrauigkeit. Der Simulation des Stoßes einer Partikel mit einer rauen Wand liegt ferner die Annahme zu Grunde, daß keine Beziehung zwischen der Wandrauigkeit und der Position eines sich der Wand nähernden Teilchens besteht. Dementsprechend wird die Phasenverschiebung der Wandrauigkeit α_r als gleichverteilte Zufallszahl aus dem Intervall $[0, 2\pi]$ gewählt.

Wenn bei Annäherung eines Teilchens an die Kanalwand der Kontaktpunkt berechnet ist, so wird der Partikel–Wand–Stoß wie der Stoß eines kugelförmigen Teilchens mit der Tangentialebene im Kontaktpunkt mit der Wandoberfläche behandelt. Die Behandlung des Partikel–Wand–Stoßes erfolgt dann entsprechend der Gleichungen (59) und (60).

In [37] wird ferner der Einfluß der Kenngrößen A_r und L_r auf das Bewegungsverhalten der Feststoffteilchen untersucht. Matsumoto stellt fest, daß schon für sehr geringe Oberflächenrauigkeiten der Kanalwände von $A_r/d_P \sim 1/70$; $L_r/d_P \sim 10$ gute Simulationsergebnisse des pneumatischen Transports erzielt werden können. Die Kenngrößen A_r und L_r bestimmte Matsumoto durch den Vergleich numerischer Testrechnungen für Partikelgeschwindigkeits- und Konzentrationsprofile in einer horizontalen Kanalströmung mit experimentellen Ergebnissen.

Matsumoto stellt weiterhin fest, daß die so ermittelten Rauigkeitswerte noch in einem Bereich liegen, in dem Kanal- bzw. Rohrwände als "hydraulisch glatt" gelten, und somit keine Beeinträchtigung der Fluidströmung durch die Wandrauigkeit erfolgt. Leider wies der in den Experimenten verwendete Glaskanal weit geringere Rauigkeiten auf, als in den numerischen Simulationsrechnungen bestimmt wurden. Matsumoto versucht dieses Phänomen damit zu erklären, daß durch das Modell alle anderen Faktoren, wie unregelmäßige Teilchenform und -größe, auf den Faktor Wandrauigkeit zurückgeführt werden und somit die berechnete Wandrauigkeit größer als die real vorhandene wird. Als Vorteil gegenüber der Modellvorstellung des elliptischen Teilchens hebt er die bessere numerische Handhabbarkeit und den geringeren rechentechnischen Aufwand hervor.

4.2.5 Das Modell der "virtuellen Wand"

Unter Hinweis auf die bereits diskutierten Einflußfaktoren Teilchenform und Wandrauigkeit stellt Tsuji in [82] erstmalig das Modell der "virtuellen Wand" vor. Er postuliert, daß bei einem Partikel–Wand–Stoß die reale Wand durch eine scheinbare, "virtuelle" Wand ersetzt wird, wenn der Auftreffwinkel des Teilchens kleiner wird als ein bestimmter vorgegebener Wert (Abb. 11). Bezüglich dieser "virtuellen Wand" werden dann die Partikel–Wand–Stoßbeziehungen nach Gleichung (59) und (60) angewandt.

Zur Bestimmung des Neigungswinkels α der "virtuellen Wand" gibt Tsuji folgende Formel an :

$$\begin{cases} \alpha = -\delta(\gamma_1 - \beta) & \gamma_1 \leq \beta \\ \alpha = 0 & \gamma_1 > \beta \end{cases} \quad (65)$$

Für eine Rohrströmung bestimmt Tsuji die Parameter β und δ auf empirischem Wege zu :

$$\begin{aligned} \beta &= 7^\circ \\ \delta &= \frac{2.3}{Fr} - \frac{91}{Fr^2} + \frac{1238}{Fr^3} \\ Fr &= \frac{\overline{u_F}}{\sqrt{gD}} \end{aligned} \quad (66)$$

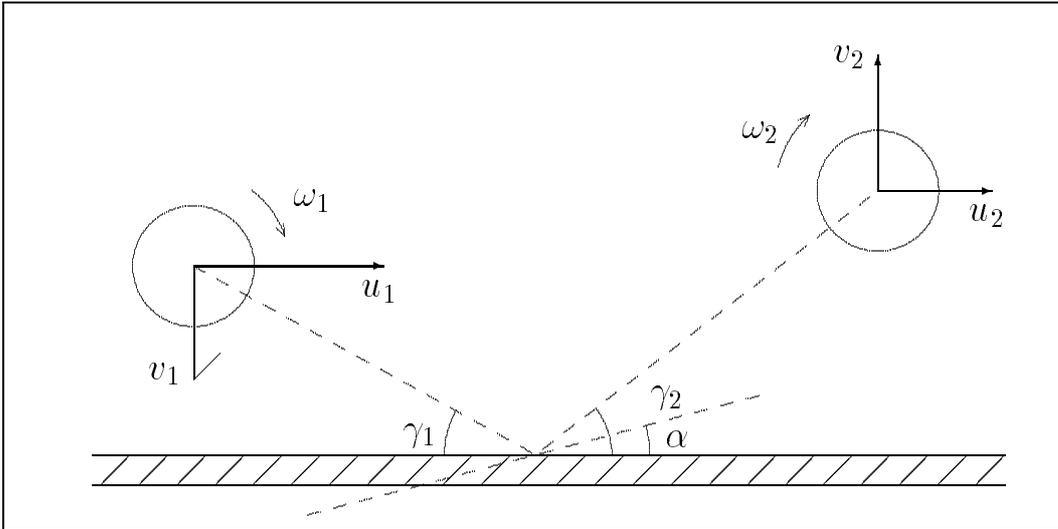


Abbildung 11: Schematische Darstellung des Konzepts der "virtuellen Wand" nach Tsuji

D ist hierbei der Rohrdurchmesser. Zusätzlich führt Tsuji einen zufälligen Faktor in das Modell ein, indem die "virtuelle Wand" in z -Richtung um einen zufälligen Winkel θ gegenüber der Tangentialebene geneigt ist. θ — der sogenannte "yaw angle" — ist dabei eine gleichverteilte Zufallszahl aus dem Intervall $[-\theta_0, \theta_0]$ mit $\theta_0 = 10^\circ$.

In [83] versucht Tsuji eine Anpassung dieses Modells an den Fall der horizontalen Kanalströmung vorzunehmen. Da hier der zufällige Faktor des "yaw angle" θ entfallen muß, modifiziert Tsuji das Modell dahingehend, daß der Modellparameter δ auf folgende Weise berechnet wird :

$$\begin{aligned} \delta &= \delta_0 a_v R^{b_v} \\ \delta_0 &= \frac{2.3}{Fr} - \frac{91}{Fr^2} + \frac{1238}{Fr^3} \\ Fr &= \frac{\overline{u_F}}{\sqrt{gH}} \\ a_v &= 5 \quad ; \quad b_v = 4 \end{aligned} \tag{67}$$

H ist die Kanalhöhe, die Koeffizienten a_v und b_v sind wiederum für die Kanalströmung empirisch ermittelt worden und R ist eine gleichverteilte Zufallszahl aus dem Intervall $[0, 1]$. Für strömungsmechanische Bedingungen, die nicht allzu stark von den bei der Ermittlung der Modellparameter herrschenden Bedingungen abweichen, gelingt es Tsuji [82, 83], feststoffbeladene Gasströmungen in Kanälen und Rohrleitungen numerisch zu simulieren. Zufriedenstellende Ergebnisse werden für die Partikeltranslationsgeschwindigkeiten, die Rotationsgeschwindigkeiten, die Partikelkonzentration und den Druckverlust erreicht. Tsuji stellt jedoch selbst fest, daß es unmöglich ist, die Modellparameter des "virtuellen Wandmodells" allen Transportzuständen anzupassen.

4.2.6 Modifikation des Modells der "virtuellen Wand" nach Sommerfeld

Sommerfeld kritisiert in [71, 72] das Konzept der "virtuellen Wand" nach Tsuji, da es für Partikel-Wand-Wechselwirkungen mit einem Auftreffwinkel von $\gamma_1 > \beta$ keinen Neigungswinkel der "virtuellen Wand" vorsieht. Wird die Einführung einer "virtuellen Wand" jedoch mit dem Vorhandensein von Wandrauigkeiten begründet, so ist die Annahme eines kritischen Auftreffwinkels β

physikalisch falsch, da auch für größere Auftreffwinkel $\gamma_1 > \beta$ die Wandrauigkeiten vorhanden sind und ihren Einfluß auf die Partikel–Wand–Wechselwirkung ausüben. Die Bestimmung der empirischen Modellparameter nach Gleichung (66) und (67) ist zudem sehr aufwendig und muß für geänderte strömungsmechanische Randbedingungen stets von neuem erfolgen.

Aus diesen Gründen führt Sommerfeld in [71, 72] eine Vereinfachung des Modells der "virtuellen Wand" durch und stellt vergleichende Simulationsrechnungen für unterschiedliche Modelle des Partikel–Wand–Stoßes an :

- (a) Der Partikel–Wand–Stoß erfolgt als Stoß eines kugelförmigen Teilchens mit einer glatten Wand unter Verwendung der Gleichungen (59) und (60).
- (b) Der Partikel–Wand–Stoß erfolgt als Stoß eines kugelförmigen Teilchens mit einer "virtuellen Wand". Der Neigungswinkel der "virtuellen Wand" α ist eine gleichverteilte Zufallszahl mit $-4^\circ \leq \alpha \leq 4^\circ$.
- (c) Der Neigungswinkel der "virtuellen Wand" α entspricht einer Gaussverteilung mit einer Standardabweichung von 4° .
- (d) Der Partikel–Wand–Stoß erfolgt nach dem Wandrauigkeitsmodell von Matsumoto aus Abschnitt 4.2.4.

Im Vergleich der Simulationsergebnisse mit experimentellen Ergebnissen wurde für die Modellierung der Partikel–Wand–Wechselwirkung mittels des Modells der "virtuellen Wand" und eine Gaussverteilung des Neigungswinkels α die beste Übereinstimmung erzielt.

4.3 Resümee

Die in den vorhergehenden Abschnitten behandelten Partikel–Wand–Stoßmodelle weisen einen gemeinsamen Mangel auf. Die in die Modellbildung eingehenden Kenngrößen tragen überwiegend empirischen Charakter und werden in keinerlei Beziehung zu meßbaren Materialkenngrößen gesetzt. So bleiben die Modelle oftmals auf einen engen Gültigkeitsbereich strömungsmechanischer Versuchsbedingungen beschränkt. Beim Verlassen dieses Gültigkeitsbereiches müssen die modellbestimmenden Kenngrößen wiederum auf empirischem Wege für die neuen Bedingungen ermittelt werden.

Eine Ausnahme stellt hier eventuell das Modell des elliptischen Teilchens nach Matsumoto bzw. seine Erweiterung für ein beliebig geformtes Teilchen nach Tsuji dar (vergl. 4.2.2 und 4.2.3). Die verwendeten Modellkenngrößen haben in diesen beiden Arbeiten den konkreten physikalischen Bezug zu den entsprechenden Materialkenngrößen. Einer Anwendung der beiden Modelle steht ihr enormer Rechenzeitbedarf zur Berechnung der Partikel–Wand–Stöße entgegen, der sich jedoch mit der weiteren Entwicklung der Rechentechnik relativiert — und im Herkunftsland der beiden Wissenschaftler sicher schon relativiert hat. Zur Bestimmung der Materialkenngrößen nach dem Modell von Tsuji ist weiterhin eine computerunterstützte automatische Bildverarbeitung notwendig, um die reale Partikelform in die numerische Simulation einbeziehen zu können.

Auf Grund dieser Nachteile der vorgestellten Partikel–Wand–Stoßmodelle soll im folgenden das Wandrauigkeitsmodell dahingehend weiterentwickelt werden, daß die Parameter, die in dem Modell für die Wandrauigkeit Verwendung finden, aus meßbaren Materialkenngrößen abgeleitet werden können. Die aufwendige empirische Bestimmung der Modellparameter soll auf diese Weise vermieden werden und der Gültigkeitsbereich des Wandrauigkeitsmodells erweitert werden.

5 Das zweidimensionale Wandrauhigkeitsmodell

5.1 Mikroskopische Wandmaterialuntersuchungen

Als Ausgangspunkt für die Weiterentwicklung des Wandrauhigkeitsmodells wurden für verschiedene Wandmaterialien mikroskopische Untersuchungen der Wandrauhigkeit durchgeführt. Dabei wurde sowohl ein TESLA-Elektronenmikroskop, als auch ein optisches Lichtschnittmikroskop verwendet. Um die mittlere Wandrauhigkeit einer Materialprobe beschreiben zu können, wurden folgende charakteristische Rauigkeitskenngrößen definiert :

- $\overline{E_A}$ — Mittelwert der Strukturbreitenmessungen. Als Strukturbreite E_A betrachten wir hierbei die horizontale Längenausdehnung einer bei gegebener mikroskopischer Auflösung erkennbaren Oberflächenstruktur (z.B. Erhebungen, Vertiefungen, Spuren mechanischer Bearbeitung,...)
- $\overline{E_R}$ — Mittelwert der Rauhtiefenmessungen. Als Rauhtiefe E_R betrachten wir hierbei die vertikale Ausdehnung einer solchen Oberflächenstruktur in Bezug auf das mittlere Niveau der Materialoberfläche.
- $\overline{\Delta E_R}$ — Standardabweichung der Rauhtiefenmessungen.

Die so definierten Rauigkeitskenngrößen sind im allgemeinen zur Charakterisierung periodisch strukturierter Oberflächen — wie sie zum Beispiel bei Werkstoffen mit deutlich erkennbaren Bearbeitungsspuren in einer ausgezeichneten Richtung auftreten — vorgesehen und sind mit Hilfe des Lichtschnittmikroskops direkt meßbar. Aber auch bei Materialien mit nichtperiodisch strukturierter Oberfläche ist dieses Meßverfahren im Prinzip anwendbar. Abb. 12 verdeutlicht nochmals den Charakter der definierten Kenngrößen.

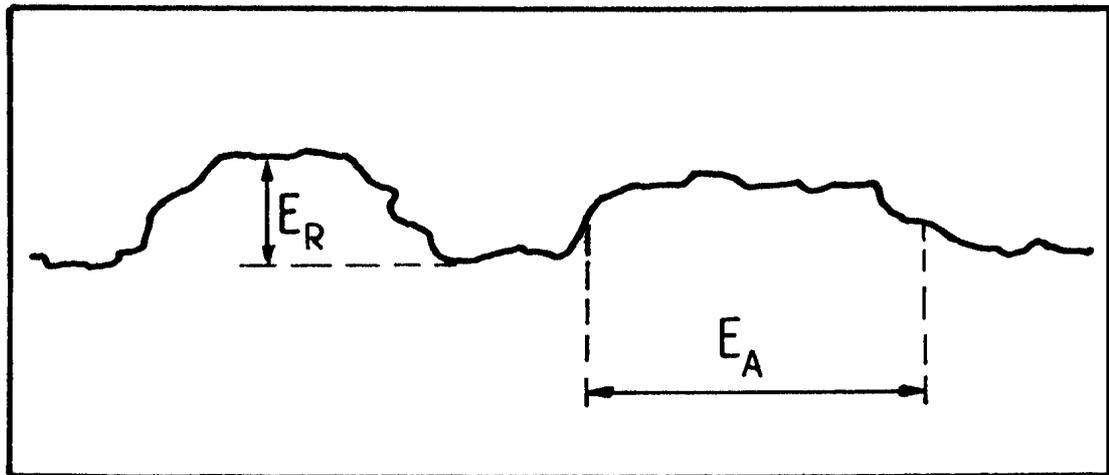


Abbildung 12: Schematische Darstellung einer mikroskopischen Wandmaterialuntersuchung

Ein Problem der mikroskopischen Wandmaterialuntersuchungen besteht in der Wahl der mikroskopischen Auflösung. Je nach gewählter Vergrößerung prägen unterschiedliche, sich gegenseitig überlagernde Rauigkeitsniveaus das Bild. Zur Lösung dieses Problems wurde von der Annahme ausgegangen, daß nur Oberflächenrauigkeiten, deren Abmessungen in der Größenordnung des Teilchendurchmessers liegen, in der Lage sind, den Partikel-Wand-Stoß wesentlich zu beeinflussen. Das heißt, daß bei den mikroskopischen Wandmaterialuntersuchungen stets von der Größe der Teilchen auszugehen ist, deren Wechselwirkung mit diesem Wandmaterial untersucht werden soll, und daß die mikroskopische Auflösung der Wandmaterialuntersuchungen Oberflächenstrukturen erfassen sollte, deren Abmessungen größer bzw. bis zu 1–2 Größenordnungen kleiner als der betrachtete Teilchendurchmesser sind. Für Oberflächenstrukturen, deren

Abmessungen kleiner als $\frac{1}{10} - \frac{1}{100} d_P$ sind, wird davon ausgegangen, daß ihr Einfluß auf den Partikel-Wand-Stoß auf Grund von in diesem Größenbereich mit Sicherheit auftretenden plastischen Deformationen gering ist.

Im Verlauf der Untersuchungen wurden Messungen der Rauigkeitskenngrößen am Wandmaterial des in [60, 59] beschriebenen horizontalen Staubkanals und am Material der Prallplatten der in Abschnitt 4.1.1 auf Seite 25 und in [45] beschriebenen Prallapparatur durchgeführt.

5.1.1 Untersuchungen am Wandmaterial des Staubkanals

Zunächst wurde eine $2 \times 2 \text{ cm}^2$ große Materialprobe des aus 5 mm starkem Stahlprofil bestehenden Wandmaterials des am Institut für Mechanik, Chemnitz betriebenen horizontalen Staubkanals untersucht. Abb. 13 und Abb. 14 zeigen fotografische Aufnahmen der elektronen- und lichtschnittmikroskopischen Untersuchungen. Auf den Aufnahmen sind deutlich die sich abzeichnenden Oberflächenstrukturen zu erkennen, die zum Teil Spuren mechanischer Bearbeitung aufweisen. Die lichtschnittmikroskopische Vermessung ergab für die Rauigkeitskenngrößen folgende Werte :

$$\overline{E_A} = 105 \mu\text{m} \quad , \quad \overline{E_R} = 11 \mu\text{m} \quad , \quad \overline{\Delta E_R} = 3.5 \mu\text{m}. \quad (68)$$

Beim Betrieb des Versuchsstandes wurde jedoch festgestellt, daß sich auf Grund des Materialverschleißes an den Kanalwänden die Oberflächeneigenschaften veränderten. Eine erneute Untersuchung der Kanalwände nach längerem Betrieb des horizontalen Staubkanals mit einer Fraktion von Glasballotinis mit einer Dichte von $\rho_P = 2500 \text{ kg/m}^3$ und einem Teilchendurchmesser von $d_P = 100 \dots 160 \mu\text{m}$ ergab für die Rauigkeitskenngrößen :

$$\overline{E_A} = 50 \mu\text{m} \quad , \quad \overline{E_R} = 5 \mu\text{m} \quad , \quad \overline{\Delta E_R} = 2 \mu\text{m}. \quad (69)$$

Durch den Betrieb des Versuchsstandes hatten sich die Rauigkeitskenngrößen deutlich in Richtung geringerer Rauigkeitswerte verändert. Diese zuletzt ermittelten Rauigkeitskenngrößen wurden als stationärer Zustand betrachtet und wurden in dem noch zu erläuternden Wandrauigkeitsmodell zur numerischen Simulation der horizontalen feststoffbeladenen Kanalströmung eingesetzt.

5.1.2 Untersuchung an den Prallplatten der Prallapparatur

Zum Vergleich wurden eine unbenutzte Prallplatte aus Stahl und eine bereits in Prallversuchen zur Anwendung gekommene Prallplatte aus Aluminium untersucht, deren Oberflächen durch mechanische Bearbeitung geglättet wurden.

- Die Prallplatte aus Stahl wies eine durch mechanische Bearbeitung geglättete Oberfläche auf, wobei Bearbeitungsspuren in Längsrichtung deutlich erkennbar waren. Über weite Teile der Oberfläche war ein sehr geringes Rauigkeitsniveau mit $\overline{E_R} \leq 1 \mu\text{m}$ festzustellen. Die Bearbeitungsspuren wiesen jedoch eine durchschnittliche Rauhtiefe von $\overline{E_R} \sim 4 - 5 \mu\text{m}$ und eine Strukturbreite von $\overline{E_A} \sim 20 - 30 \mu\text{m}$ auf.
- Bei der Prallplatte aus Aluminium waren zwei Gebiete auf der Oberfläche deutlich zu unterscheiden. Außerhalb des auftreffenden Teilchenstrahls der Prallapparatur herrschte ein sehr geringes Rauigkeitsniveau von $\overline{E_R} \sim 2 - 3 \mu\text{m}$ und $\overline{E_A} \sim 20 - 30 \mu\text{m}$ vor, das aus der mechanischen Bearbeitung der Prallplatte resultiert. Im Bereich des auftreffenden Teilchenstrahls waren jedoch erste Anzeichen von Materialverschleiß deutlich zu erkennen, die sich in den Rauigkeitswerten von $\overline{E_R} \sim 10 - 20 \mu\text{m}$ und $\overline{E_A} \sim 30 - 40 \mu\text{m}$ niederschlugen.

Die an den Prallplatten gemessenen sehr geringen durchschnittlichen Rauhtiefen $\overline{E_R}$ rechtfertigen die in Abschnitt 4.1.1 getätigte Annahme, daß die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen für den Stoß einer kugelförmigen Partikel mit einer glatten Wand experimentell ermittelt wurden.

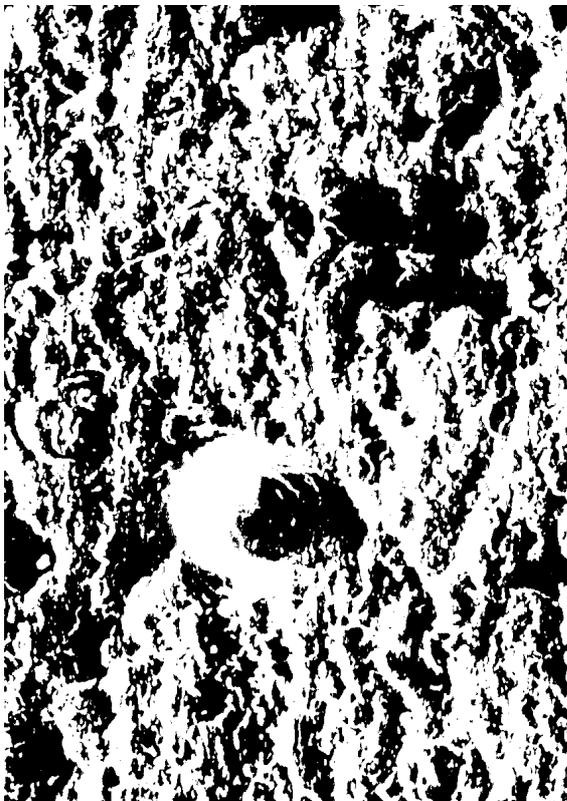
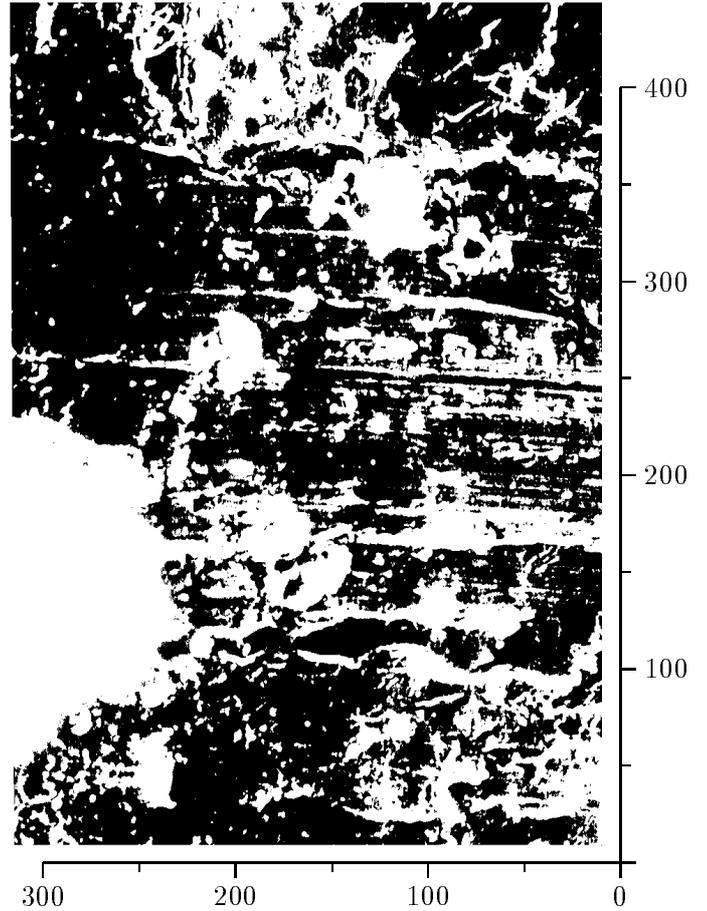
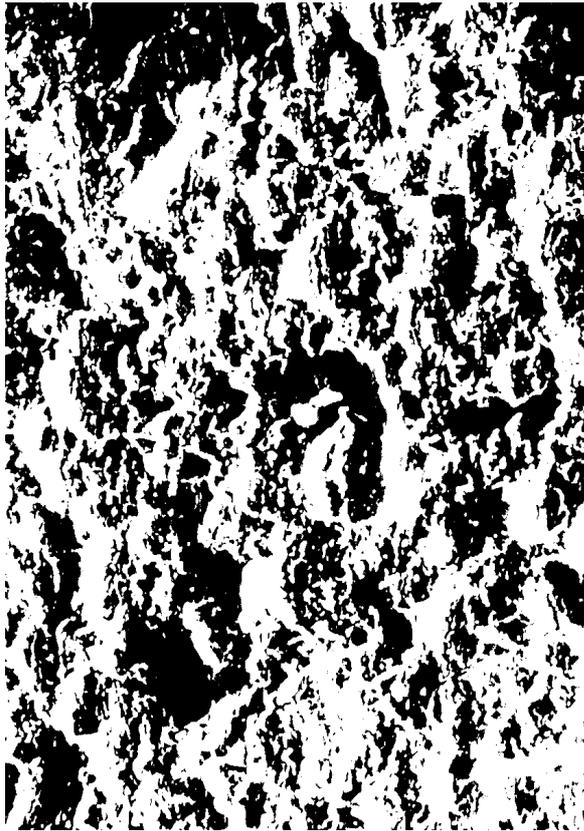


Abbildung 13: Elektronenmikroskopische Untersuchungen der Wandmaterialoberfläche des horizontalen Staubkanals (Maßangaben in μm)

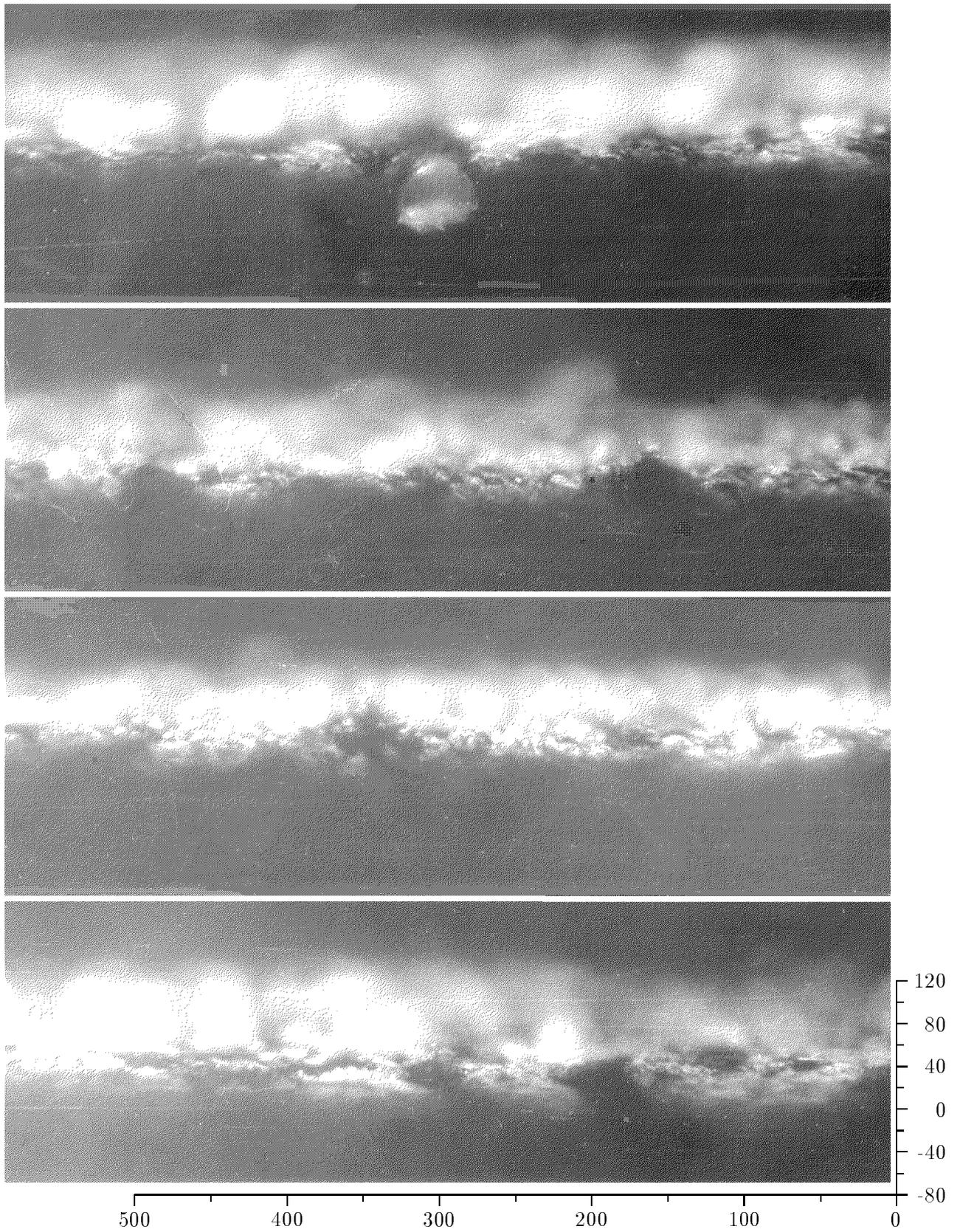


Abbildung 14: Lichtschnittmikroskopische Untersuchungen der Wandmaterialoberfläche des horizontalen Staubkanals (Maßangaben in μm)

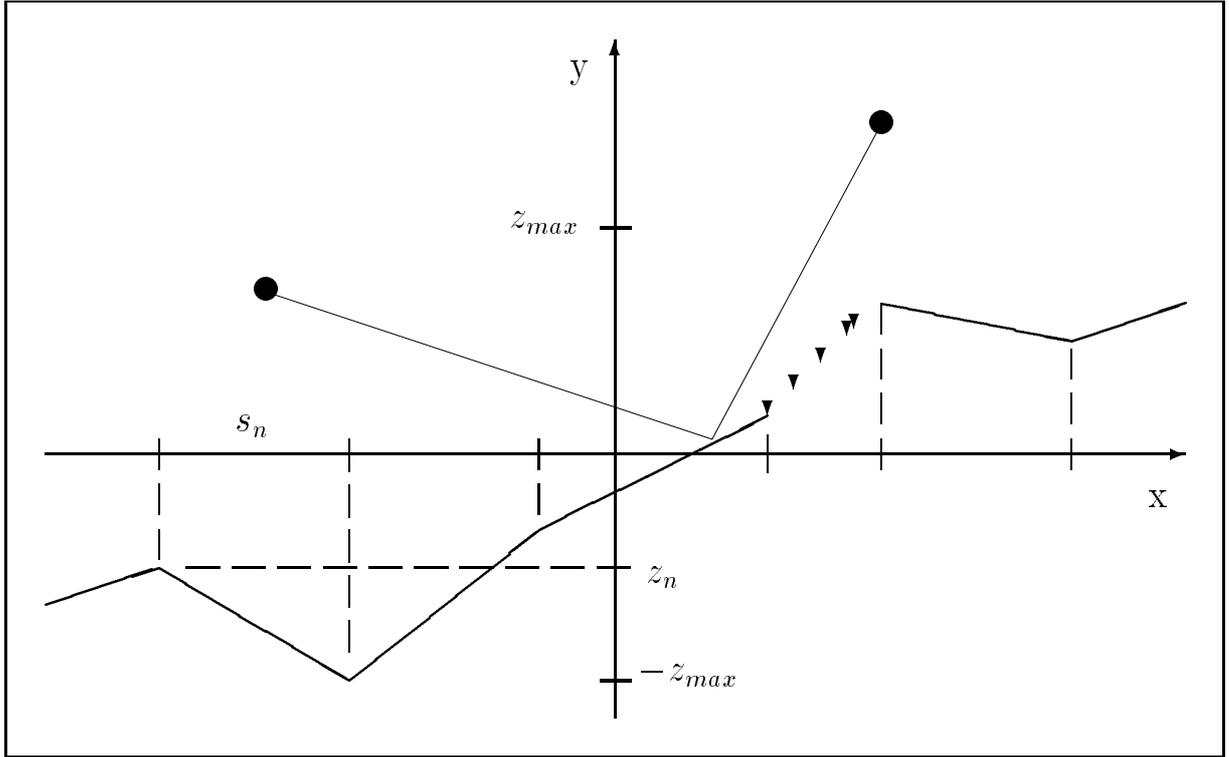


Abbildung 15: Mathematische Modellierung der Wandrauigkeit

5.2 Das zweidimensionale, mathematische Wandrauigkeitsmodell

Um die beobachteten mikroskopischen Oberflächenstrukturen des Wandmaterials einer Einbeziehung in das mathematische Modell der Trajektorienberechnung eines Einzelteilchens zugänglich zu machen, wurde für die mathematische Beschreibung der Wandrauigkeit das Modell eines Polygonzuges gewählt, der der glatten Wand überlagert wird. Die schematische Darstellung einer solchen Modellierung der Wandstruktur ist in Abb. 15 gegeben. Der Polygonzug, der als mathematisches Modell der Oberflächenstruktur verwendet wird, ist durch die Breite s_n und die Amplitude z_n der Polygonelemente definiert. Weiter wird angenommen, daß die Wandrauigkeit über der gesamten Materialoberfläche einer Gleichverteilung entspricht, so daß die Werte für s_n und z_n zu Beginn einer numerischen Simulation als gleichverteilte Zufallszahlen entsprechend :

$$\{s_n, z_n\} \quad \text{mit} \quad \begin{cases} s_n \in \left[\frac{1}{2\bar{s}}, \frac{3}{2\bar{s}} \right] \\ z_n \in [-z_{max}, z_{max}] \end{cases} \quad (70)$$

gebildet werden. Die Intervallgrenzen \bar{s} und z_{max} sind Modellparameter und sind ein Maß für die maximal auftretenden Wandrauigkeiten. Entsprechend der gesetzten Zielstellung, unterliegen diese beiden Modellparameter im weiteren der Bestimmung in Abhängigkeit von den gemessenen Rauigkeitskenngrößen $\overline{E_A}$, $\overline{E_R}$ und $\overline{\Delta E_R}$.

5.3 Bestimmung der Wandrauigkeitsparameter \bar{s} und z_{max}

Die Modellparameter \bar{s} und z_{max} bestimmen den maximal auftretenden Neigungswinkel α' eines Polygonelements der modellierten Oberflächenstruktur mit :

$$\alpha' = \arctan \left(\frac{2 z_{max}}{\bar{s}} \right). \quad (71)$$

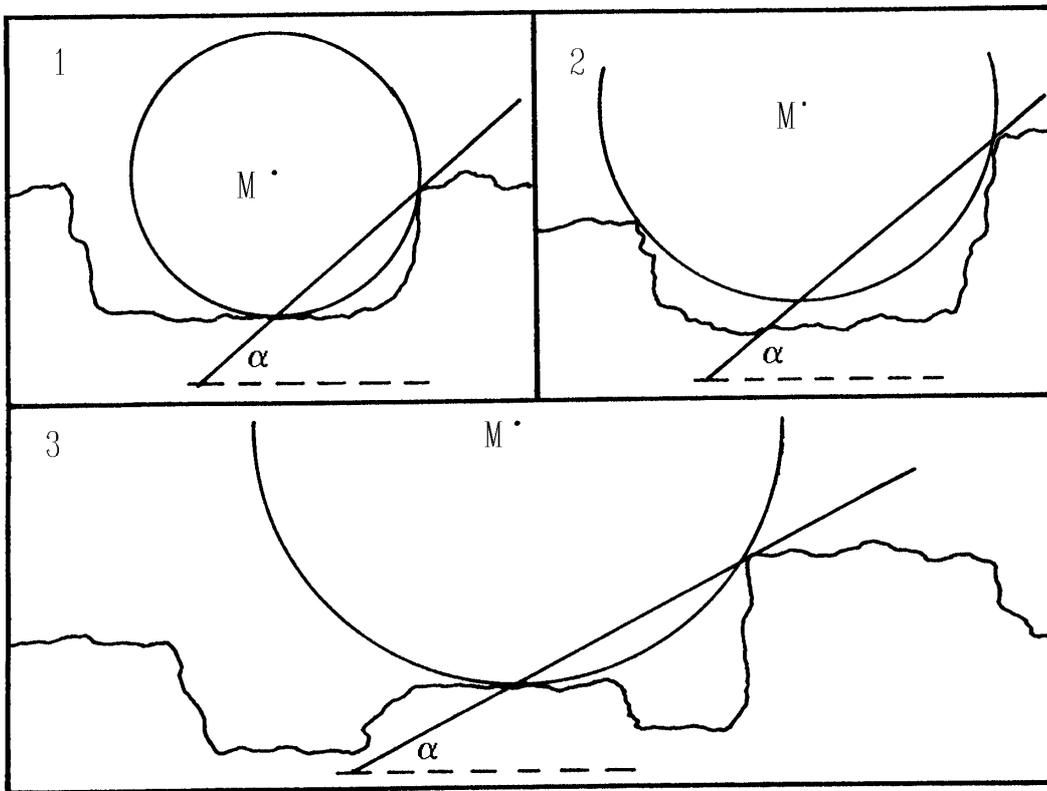


Abbildung 16: Verschiedene Stoßkonfigurationen in Abhängigkeit vom Verhältnis des Partikeldurchmessers zur Amplitude der Wandrauigkeit

Um diese beiden Modellparameter zu bestimmen, ist es erforderlich, den Stoß eines kugelförmigen Teilchens mit einer rauhen Materialoberfläche dahingehend zu analysieren, unter welchen Bedingungen der maximale Neigungswinkel α einer "virtuellen Wand" — mit der der Partikel-Wand-Stoß scheinbar erfolgt — angenommen wird. Die Bestimmung dieses maximalen Neigungswinkels α in Abhängigkeit der Rauigkeitskenngrößen \overline{E}_A , \overline{E}_R und $\Delta\overline{E}_R$ kann jedoch auf Grund der komplexen Natur des Stoßvorganges nicht als exakte Herleitung sondern vielmehr als Abschätzung dieser, das Bewegungsverhalten der Teilchen maßgeblich beeinflussenden Größe angesehen werden.

Zu diesem Zweck betrachten wir die in Abb. 16 dargestellten drei verschiedenen Stoßkonfigurationen eines kugelförmigen Teilchens mit jeweils unterschiedlichem Teilchendurchmesser mit einer rauhen Materialoberfläche. Diese drei Stoßkonfigurationen unterscheiden sich in der Lage des kugelförmigen Teilchens bezüglich der Strukturelemente der rauhen Materialoberfläche in Abhängigkeit vom Verhältnis des Teilchendurchmessers d_P zur Amplitude der Wandrauigkeit \overline{E}_R sowie zur Strukturbreite \overline{E}_A . Aus geometrischen Überlegungen heraus können die Bedingungen für das Eintreten eines der drei möglichen Fälle wie folgt formuliert werden :

$$\begin{aligned}
1) \text{ Abb.16.1 : } & \quad 2l_S \leq \overline{E_A} \\
2) \text{ Abb.16.2 : } & \quad 2l_S > \overline{E_A} \quad \text{und} \quad d_p \leq \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}} \\
3) \text{ Abb.16.3 : } & \quad d_p > \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}}
\end{aligned} \tag{72}$$

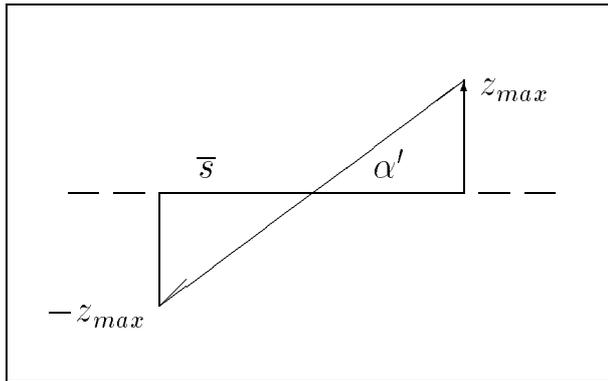
l_S ist dabei der horizontale Abstand zwischen den beiden Kontaktpunkten des kugelförmigen Teilchens mit der rauhen Materialoberfläche. Betrachten wir nun jeden dieser drei Fälle im Einzelnen.

1. Fall : $2l_S \leq \overline{E_A}$

Abb. 17 zeigt in geometrisch stark vereinfachter Darstellung die Lage des kugelförmigen Teilchens mit dem Durchmesser d_P bezüglich der rauhen Wandoberfläche für die Stoßkonfiguration aus Abb. 16.1. Der in der Abb. 17 eingezeichnete Winkel α wird als der maximale Neigungswinkel der Stoßebene betrachtet, mit der der Partikel-Wand-Stoß scheinbar erfolgt, und der dem maximalen Neigungswinkel eines Polygonelements $\alpha' = \arctan(2 z_{max}/\overline{s})$ äquivalent ist. Aus einfachen Dreiecksbeziehungen erhalten wir einen Ausdruck für den maximalen Neigungswinkel α :

$$\begin{aligned}
\Delta MST & : \quad \overline{ST} = d_p \sin \alpha \\
\Delta SRT & : \quad \overline{E_R} = \overline{ST} \sin \alpha \\
\implies \sin \alpha & = \sqrt{\frac{\overline{E_R}}{d_P}}
\end{aligned} \tag{73}$$

Betrachten wir nun den maximalen Neigungswinkel des mathematischen Rauheitsmodells α' . Da die Rauheitskenngröße $\overline{E_A}$ eine Information über die Häufigkeit wechselnder Strukturen auf der Materialoberfläche enthält, wurde es als sinnvoll erachtet, diese Größe als zusätzliche Vereinfachung des Wandrauheitsmodells mit dem Modellparameter \overline{s} gleichzusetzen. Somit erhalten wir :



$$\begin{aligned}
z_{max} & = \frac{1}{2} \overline{s} \tan \alpha' \\
\overline{s} & \equiv \overline{E_A} \\
\implies z_{max} & = \frac{1}{2} \overline{E_A} \tan \alpha'
\end{aligned} \tag{74}$$

Setzen wir nun den maximalen Neigungswinkel einer "virtuellen Wand" α gleich dem maximalen Neigungswinkel eines Polygonelements α' , so erhalten wir :

$$z_{max} = \frac{1}{2} \overline{E_A} \frac{\sqrt{\overline{E_R}/d_P}}{\sqrt{1 - \overline{E_R}/d_P}} \tag{75}$$

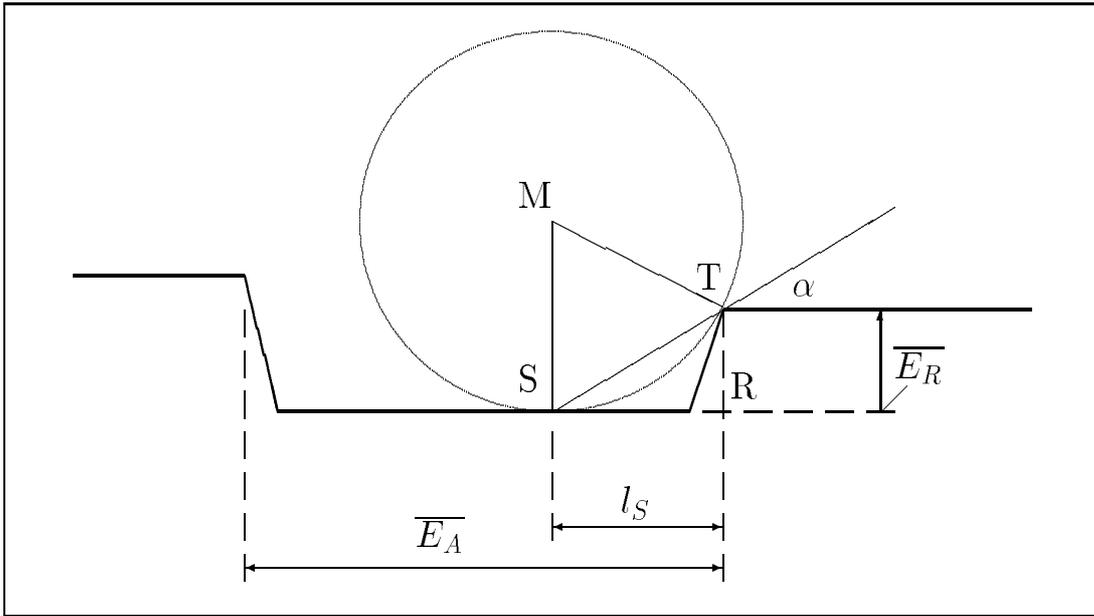


Abbildung 17: Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 1.

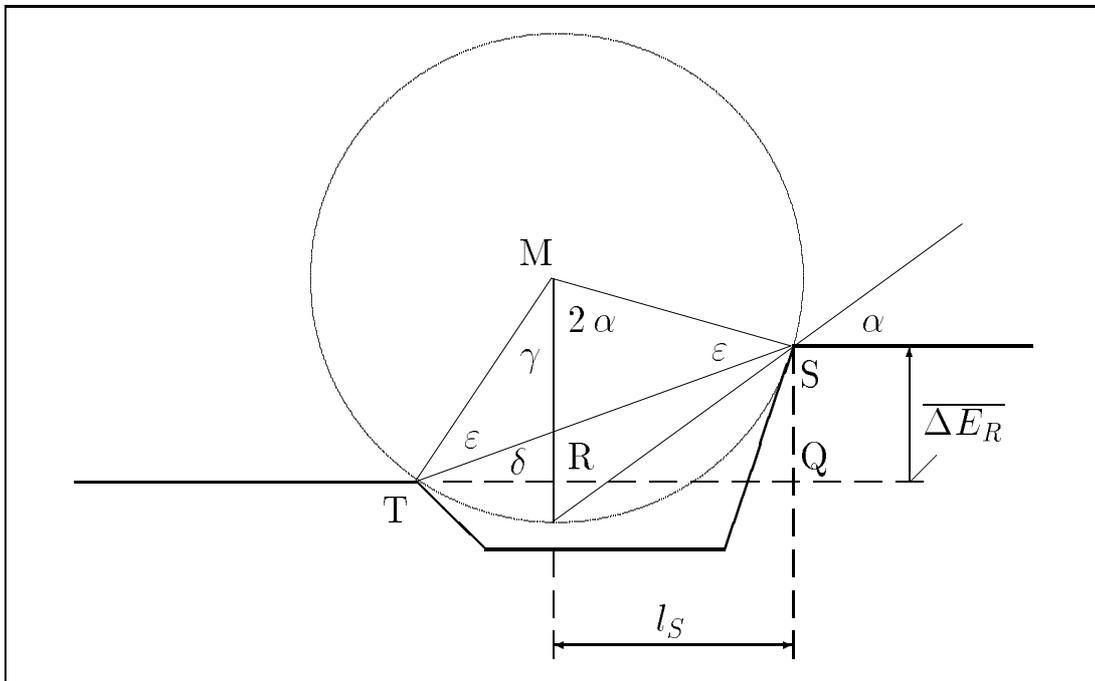


Abbildung 18: Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 2.

$$\mathbf{2. Fall : } 2 l_S > \overline{E_A} \quad \text{und} \quad d_p < \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}}$$

Für diesen Fall zeigt Abb. 18 die geometrische Abstraktion der Stoßkonfiguration aus Abb. 16.2. In analoger Vorgehensweise erhalten wir für den maximalen Neigungswinkel α aus geometrischen Überlegungen heraus folgende Beziehung :

$$\begin{aligned} \overline{TS} &= \sqrt{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2} \\ \Delta MTS &: \quad \sin\left(\alpha + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1}{d_P} \overline{TS} \\ &\Rightarrow \quad \frac{\gamma}{2} = \arcsin\left(\frac{\overline{TS}}{d_P}\right) - \alpha \\ \Delta TQS &: \quad \tan \delta = \frac{\overline{\Delta E_R}}{\overline{E_A}} \\ \Delta TRM &: \quad \gamma + \varepsilon + \delta = 90^\circ \\ \Delta TSM &: \quad 2\varepsilon + 2\alpha + \gamma = 180^\circ \\ &\Rightarrow \quad \alpha = \frac{\gamma}{2} + \delta \end{aligned} \tag{76}$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (74) erhalten wir die endgültige Darstellung für den Modellparameter z_{max} :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} \left(\arcsin\left(\frac{\sqrt{\overline{\Delta E_R}^2 + \overline{E_A}^2}}{d_p}\right) + \arctan\left(\frac{\overline{\Delta E_R}}{\overline{E_A}}\right) \right) \\ z_{max} &= \frac{1}{2} \overline{E_A} \tan \alpha \end{aligned} \tag{77}$$

$$\mathbf{3. Fall : } d_p > \frac{\overline{E_A}^2 + \overline{\Delta E_R}^2}{\overline{\Delta E_R}}$$

In Abb. 19 ist die entsprechende Darstellung für die Stoßkonfiguration aus Abb. 16.3 abgebildet. In der mathematischen Schreibweise unterscheidet sich dieser Fall unwesentlich vom 1. Fall, so daß wir auf analoge Weise erhalten :

$$\begin{aligned} \Delta MST &: \quad \overline{ST} = d_p \sin \alpha \\ \Delta SRT &: \quad \overline{\Delta E_R} = \overline{ST} \sin \alpha \\ &\Rightarrow \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{\overline{\Delta E_R}}{d_P}} \end{aligned} \tag{78}$$

und unter Berücksichtigung von Gleichung (74) :

$$z_{max} = \frac{1}{2} \overline{E_A} \frac{\sqrt{\overline{\Delta E_R}/d_p}}{\sqrt{1 - \overline{\Delta E_R}/d_p}} \tag{79}$$

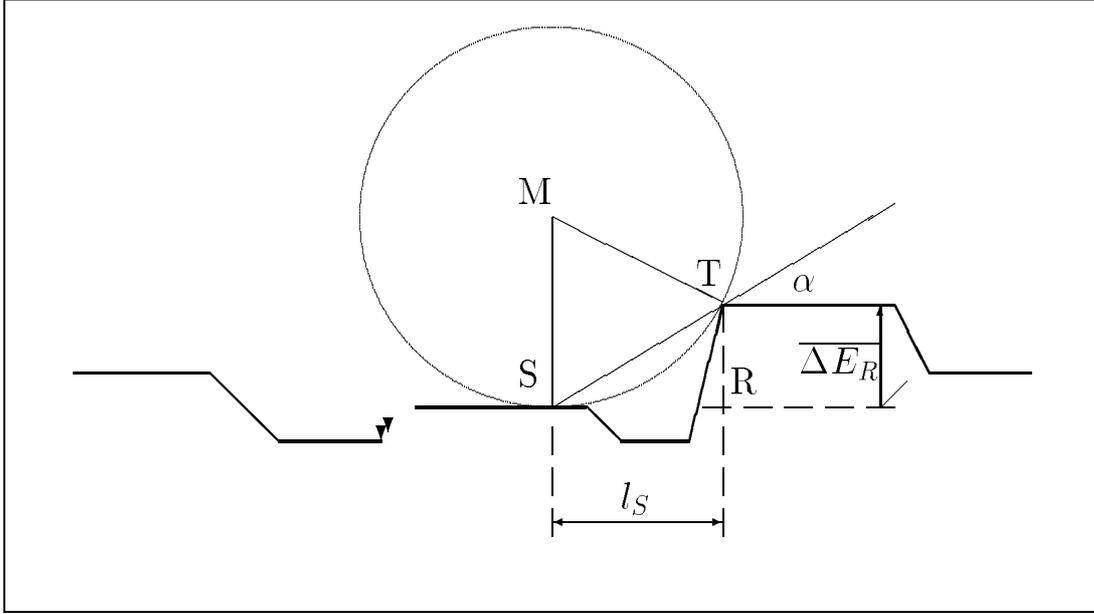


Abbildung 19: Schematische Darstellung der Stoßkonfiguration entsprechend dem Fall 3.

Abschließend seien die resultierenden Beziehungen für den Modellparameter z_{max} in Abhängigkeit von den Rauigkeitskenngrößen \overline{E}_A , \overline{E}_R , $\overline{\Delta E}_R$ und d_P aus den Gleichungen (75), (77) und (79) nochmals mit den entsprechenden Intervallen ihrer Gültigkeit zusammengefaßt :

$$1. \text{ für : } \quad d_P < \overline{E}_R + \frac{1}{4} \frac{\overline{E}_A^2}{\overline{E}_R} \quad z_{max} = \frac{1}{2} \overline{E}_A \frac{\sqrt{\overline{E}_R/d_P}}{\sqrt{1 - \overline{E}_R/d_P}} \quad (80)$$

$$2. \text{ für : } \quad \overline{E}_R + \frac{1}{4} \frac{\overline{E}_A^2}{\overline{E}_R} < d_P < \frac{\overline{E}_A^2 + \overline{\Delta E}_R^2}{\overline{\Delta E}_R} \quad (81)$$

$$z_{max} = \frac{1}{2} \overline{E}_A \tan \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\arcsin \left(\frac{\sqrt{\overline{\Delta E}_R^2 + \overline{E}_A^2}}{d_P} \right) + \arctan \left(\frac{\overline{\Delta E}_R}{\overline{E}_A} \right) \right)$$

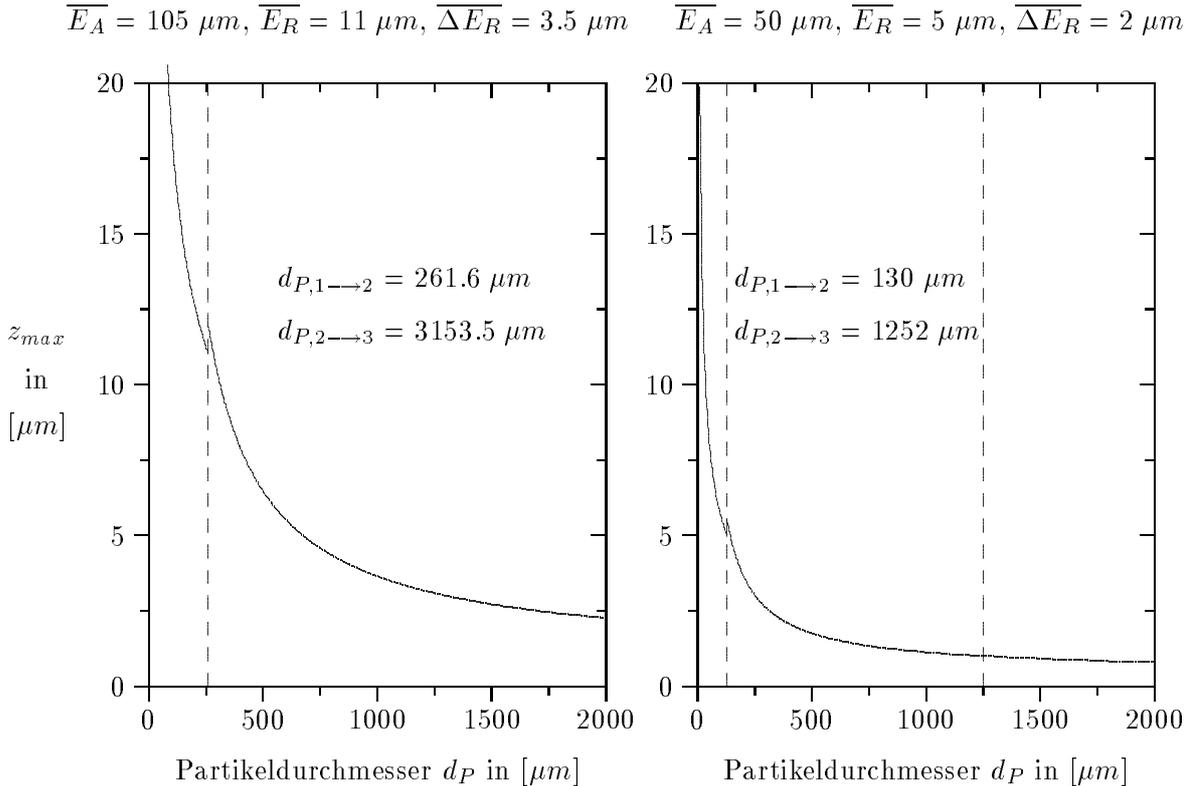
$$3. \text{ für : } \quad \frac{\overline{E}_A^2 + \overline{\Delta E}_R^2}{\overline{\Delta E}_R} < d_P \quad z_{max} = \frac{1}{2} \overline{E}_A \frac{\sqrt{\overline{\Delta E}_R/d_P}}{\sqrt{1 - \overline{\Delta E}_R/d_P}} \quad (82)$$

Somit sind die Modellparameter des zweidimensionalen Wandrauigkeitsmodells definiert. Die numerische Behandlung des Partikel-Wand-Stoßes eines Feststoffteilchens mit einer raunen Wand erfolgt nun, indem zunächst für die gemessenen Rauigkeitskenngrößen \overline{E}_A , \overline{E}_R und $\overline{\Delta E}_R$ sowie für den betrachteten Partikeldurchmesser d_P eine entsprechende zufällige Polygonstruktur generiert wird. Kommt es bei der Berechnung der Partikeltrajektorie zum Partikel-Wand-Stoß mit dieser Polygonstruktur, so werden für jedes Element der modellierten Wandstruktur die Stoßbeziehungen für den Stoß eines kugelförmigen Teilchens mit einer glatten Wand nach Gleichung (59) und (60) angewendet.

Das Gleichungssystem (12) zur Bestimmung der Teilchengeschwindigkeit und des Teilchenortes in einer horizontalen Kanalströmung einschließlich der benötigten Randbedingungen (59) und (60) unter Berücksichtigung der Beziehungen (80), (81) und (82) ist damit in sich abgeschlossen und einer numerischen Lösung mittels des Lösungsalgorithmus aus 3.4 zugänglich.

5.4 Diskussion der Wandrauigkeitsparameter

In Abb. 20 ist z_{max} als Funktion des Partikeldurchmessers d_P für die gemessenen Rauigkeitskenngrößen aus Gleichung (68) und (69) aufgetragen. Die durchbrochenen Linien markieren jeweils den Gültigkeitsbereich der Gleichungen (80) – (82).



Aus den Diagrammen in Abb. 20 ist zu ersehen, daß der Einfluß der Wandrauigkeit auf den Bewegungsvorgang einer feststoffbeladenen Gasströmung in Abhängigkeit vom Teilchendurchmesser qualitativ richtig wiedergegeben wird. Für gegebene Werte $\overline{E_A}$, $\overline{E_R}$ und $\overline{\Delta E_R}$ nimmt der Einfluß der Wandrauigkeit auf das Bewegungs- und Stoßverhalten der Teilchen mit zunehmendem Teilchendurchmesser d_P asymptotisch ab und verliert für $\overline{E_R}/d_P \ll 1$ bzw. $\overline{E_A}/d_P \ll 1$ schließlich ganz seine Bedeutung für den pneumatischen Transportprozess, indem $z_{max} \rightarrow 0$ konvergiert.

Andererseits ist für sehr kleine Teilchendurchmesser $d_P \rightarrow 0$ ein unbegrenzt Anwachsen von z_{max} gemäß Gleichung (80) zu beobachten. Die Ursache für dieses unrealistische Verhalten der funktionalen Abhängigkeit ist darin zu suchen, daß die mikroskopischen Untersuchungen des Wandmaterials und die darauf basierenden Modellierungsansätze von einer bestimmten optischen Auflösung der Wandstrukturuntersuchungen ausgehen, die um 1–2 Größenordnungen kleiner sein sollte, als der betrachtete Teilchendurchmesser. Unterschreitet jedoch der Teilchendurchmesser die Größenordnung von $\overline{E_R}$, so ist eine Modellierung gemäß Abb.17 und Gleichung

(80) nicht länger gültig, da Wandrauhigkeiten kleinerer Amplitude an Einfluß auf den Stoßvorgang gewinnen. Soll die Wechselwirkung von Teilchen mit derartig geringem Partikeldurchmesser mit dem betrachteten Wandmaterial dennoch untersucht werden, so erfordert dies eine erneute Bestimmung der Rauigkeitskenngrößen des Wandmaterials mit entsprechend erhöhter mikroskopischer Auflösung der Wandstruktur.

Einige Aspekte des Partikel–Wand–Stoßes und seiner Modellierung bedürfen einer weitergehenden Untersuchung. So wurde in den bisherigen Betrachtungen die plastische Deformation und der Verschleiß der Wandoberfläche durch auftreffende Teilchen weitgehend vernachlässigt. Mit zunehmender kinetischer Energie der Teilchen spielen diese Phänomene jedoch eine zunehmende Rolle, d.h. für Teilchen großer Durchmesser, hoher Dichte, hoher Geschwindigkeit und mit größer werdendem Auftreffwinkel des Teilchens auf die Wand.

6 Untersuchung der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal

6.1 Experimentelle Versuchsbedingungen

Um das zweidimensionale, mathematische Wandrauheitsmodell in Verbindung mit den Bewegungsgleichungen (12) und den Partikel–Wand–Stoßbeziehungen (59) und (60) zu verifizieren, mußten eigene experimentelle Untersuchungen der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal durchgeführt werden, da für vergleichbare experimentelle Ergebnisse aus der Literatur die genauen Versuchsbedingungen nur in den allerwenigsten Fällen ausreichend dokumentiert sind.

Zu diesem Zweck wurden an dem im Institut für Mechanik, Chemnitz betriebenen Staubkanal umfangreiche Untersuchungen zum Bewegungsverhalten von horizontalen Gas–Feststoff–Strömungen durchgeführt. Bei diesem Staubkanal handelt es sich um einen Versuchsstand mit einem quadratischen Meßquerschnitt von $55 \times 55 \text{ mm}^2$ und einer horizontalen Förderstrecke von 6 m Gesamtlänge. Die Luftversorgung wird durch einen Mitteldrucklüfter mit einem maximalen Volumenstrom von $\dot{V} = 1250 \text{ m}^3/\text{h}$ und einem maximalen Drucksprung von $\Delta p = 4900 \text{ Pa}$ realisiert. Die Regelung des Volumenstroms erfolgt über eine Saugdrossel im Ansaugstutzen sowie für sehr kleine Volumenströme mittels eines Absperrventils auf der Druckseite des Lüfters.

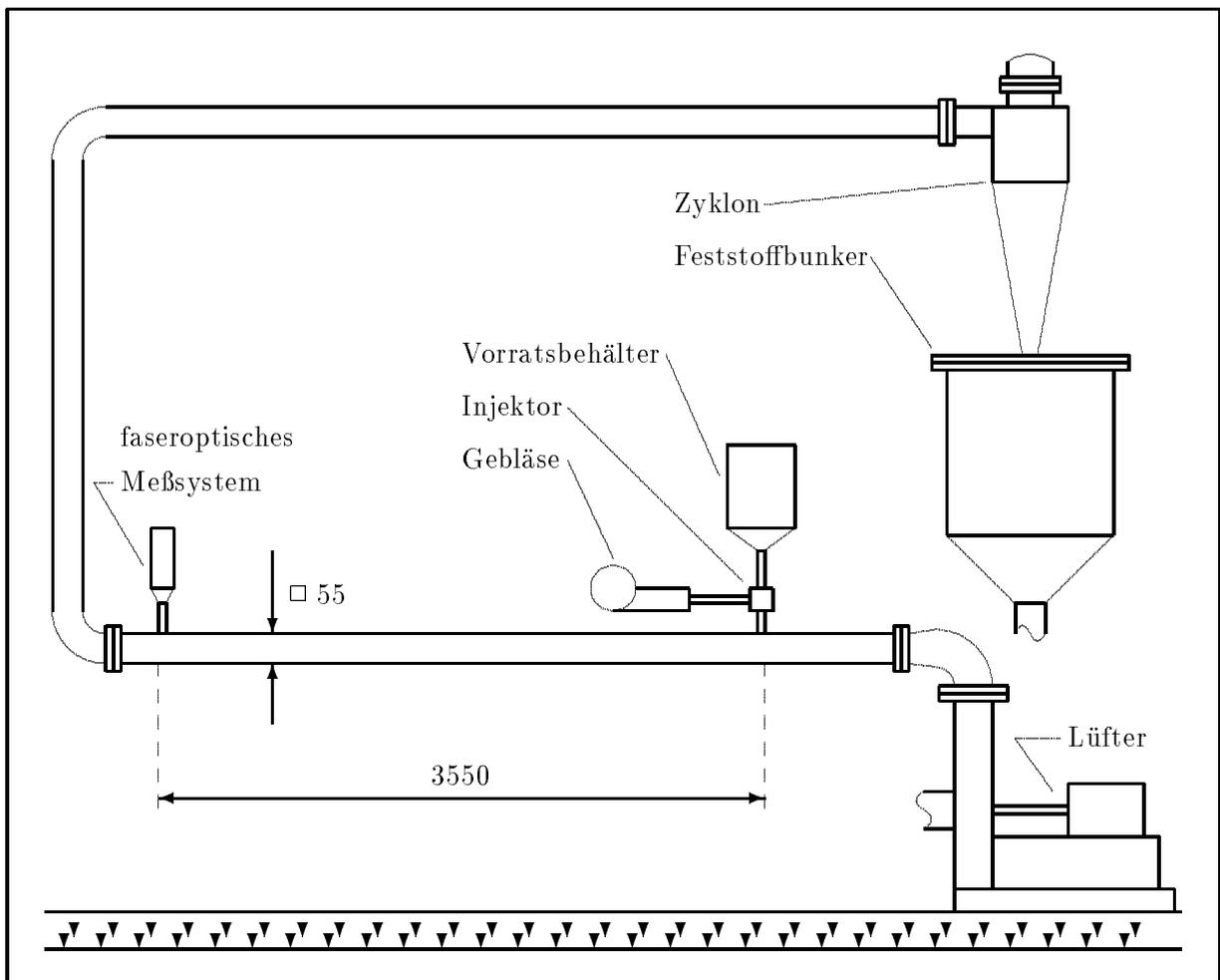


Abbildung 21: Schematische Darstellung des am Institut für Mechanik, Chemnitz betriebenen horizontalen Staubkanals

Vom Druckstutzen des Lüfters gelangt die Luft über mehrere Umlenkungen zu einem Übergangsstück, in dem der bis dahin kreisförmige Querschnitt auf den quadratischen Querschnitt der Meßstrecke umgeformt wird. Nach einer Einlaufstrecke von 2.70 m schließt sich die Durchfluß- und Lufttemperaturmeßstelle zur Bestimmung des Luftdurchsatzes an. Die Messungen werden mittels Prandtlrohr, Mikromanometer und Digitalthermometer vorgenommen. Nach etwa 0.30 m erfolgt die Einbindung des Feststoffkreislaufes ($x = 0$). Der Feststoff wird aus einem Vorratsbehälter über einen pneumatischen Injektor auf Höhe der Kanalachse senkrecht zur Hauptbewegungsrichtung in den Kanal eingebracht. Die Förderung des Feststoffes erfolgte auf Grund der geringen verfügbaren Mengen von eng klassiertem Feststoff diskontinuierlich. Die Feststoffbeladung ist in engen Grenzen durch die Stellung des Treibrohres des Injektors regelbar. Das Feststoff–Luft–Gemisch durchströmt die gesamte Meßstrecke und wird nach mehreren Umlenkungen der Feststoffabscheidung, bestehend aus einem Abscheidezyklon und einem Industriestaubsauger, zugeführt. Der gesamte Versuchsaufbau ist aus Abb. 21 ersichtlich.

Die aerodynamischen Charakteristiken dieses Versuchszustandes sowie die Vermessung von Geschwindigkeits- und Konzentrationsprofilen der dispersen Phase für unterschiedliche Förderzustände in dieser Versuchsanlage sind den entsprechenden Forschungsberichten [59, 42, 60] zu entnehmen. Die wichtigsten Versuchsbedingungen, die die Grundlage für die nachfolgenden numerischen Simulationsversuche darstellen, sind im folgenden kurz zusammengestellt :

1. Versuchsstand :

- horizontaler Staubkanal mit quadratischem Querschnitt $55 \times 55\text{ mm}^2$
- Länge der Meßstrecke $L = 4.0\text{ m}$
- Wandmaterial : geschweißtes Stahlprofil

$$\overline{E_A} = 50\ \mu\text{m} \quad , \quad \overline{E_R} = 5\ \mu\text{m} \quad , \quad \overline{\Delta E_R} = 2\ \mu\text{m}$$

2. Feststoff :

- Glasballotinis mit einer Dichte von $\rho_P = 2500\text{ kg/m}^3$
- Verwendung von 6 verschiedenen Fraktionen :

- a) $d_P = 40 \dots 75\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 65\ \mu\text{m}$
- b) $d_P = 100 \dots 160\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 115\ \mu\text{m}$
- c) $d_P = 200 \dots 250\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 225\ \mu\text{m}$
- d) $d_P = 315 \dots 355\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 335\ \mu\text{m}$
- e) $d_P = 355 \dots 400\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 377\ \mu\text{m}$
- f) $d_P = 400 \dots 500\ \mu\text{m}$; $d_{50} = 450\ \mu\text{m}$

- Einbringung des Feststoffes über Feststoffinjektoren mit einem Innendurchmesser von $D_I = 2\text{ mm}$ bzw. $D_I = 5\text{ mm}$, Austrittsöffnung in der Kanalmitte und einer Austrittsgeschwindigkeit des Feststoffes von $u_{P0} = 0.0\text{ m/s}$ und $v_{P0} = -8 \dots -7\text{ m/s}$ bzw. $v_{P0} = -0.6 \dots -0.2\text{ m/s}$
- Feststoffbeladung $\mu_P < 0.05$
- Stoßverlustzahl $k = 0.658$, Gleitreibungszahl $f = 0.156$

3. Fluid :

- Luftdichte $\rho_F = 1.2\text{ kg/m}^3$ und Fluidviskosität $\nu = 0.000015\text{ m}^2/\text{s}$

Die folgenden Tabellen geben eine Übersicht über die 6 Meßreihen, die für die verwendeten 6 unterschiedlichen Fraktionen der Glasballotinis und für die folgenden maximalen Fluidgeschwindigkeiten durchgeführt wurden:

	A: $d_P = 65 \mu m$	B: $d_P = 115 \mu m$	C: $d_P = 225 \mu m$
Mindesttransportgeschwindigkeit	$u_{F,min} = 7.0 m/s$	$u_{F,min} = 4.7 m/s$	$u_{F,min} = 6.2 m/s$
1. Messung	$u_{max} = 7.52 m/s$	$u_{max} = 8.95 m/s$	$u_{max} = 9.0 m/s$
2. Messung	$u_{max} = 11.45 m/s$	$u_{max} = 11.41 m/s$	$u_{max} = 11.5 m/s$
3. Messung	$u_{max} = 14.24 m/s$	$u_{max} = 14.15 m/s$	$u_{max} = 14.2 m/s$
Injektor	$D_I = 2 mm$ $u_{P0} = 0.0 m/s$ $v_{P0} = -8 \dots -7 m/s$		$D_I = 5 mm$ $u_{P0} = 0.0 m/s$ $v_{P0} = -0.6 \dots -0.2 m/s$
Meßort	$x = 3.57 m$		$x = 3.55 m$
Gitterkonstante der faseroptischen Sonde	$g_S = 263 \mu m$		$g_S = 614 \mu m$
Modellparameter	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 72 \mu m$	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 53 \mu m$	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 35 \mu m$

	D: $d_P = 335 \mu m$	E: $d_P = 377 \mu m$	F: $d_P = 450 \mu m$
Mindesttransportgeschwindigkeit	—	$u_{F,min} = 7.1 m/s$	—
1. Messung	$u_{max} = 9.0 m/s$		
2. Messung	$u_{max} = 11.5 m/s$		
3. Messung	$u_{max} = 14.2 m/s$		
Injektor	$D_I = 5 mm$ $u_{P0} = 0.0 m/s$ $v_{P0} = -0.6 \dots -0.2 m/s$		
Meßort	$x = 3.55 m$		
Gitterkonstante der faseroptischen Sonde	$g_S = 614 \mu m$		
Modellparameter	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 27 \mu m$	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 25 \mu m$	$\bar{s} = 50 \mu m$ $z_{max} = 23 \mu m$

6.2 Das faseroptische Meßsystem

Für die Untersuchung der Feststoffparameter Partikelgeschwindigkeit und Konzentration wurde hauptsächlich die am Institut für Mechanik, Chemnitz entwickelte faseroptische Sondenmeßtechnik eingesetzt, die auf der faseroptischen Ortsfilter–Anemometrie (FOA) als Meßprinzip basiert. Das Meßprinzip der FOA, der konstruktive Aufbau des faseroptischen Sensors, der Einfluß unterschiedlicher Beleuchtungsarten sowie die verschiedenen Möglichkeiten der Signalanalyse werden von Petrak et al. in [48, 46] ausführlich beschrieben und diskutiert. Arbeiten, die über Messungen von Partikelgeschwindigkeiten in Mehrphasenströmungen unter Verwendung einer ähnlichen faseroptischen Sondenmeßtechnik berichten, sind von Morikawa und Tsuji [40, 83] bekannt.

Bei der Ortsfilter–Anemometrie wird die örtliche Filterwirkung einer gitterförmigen Struktur mit einer Gitterkonstanten g_S dazu genutzt, um die Geschwindigkeit der Partikel in ein

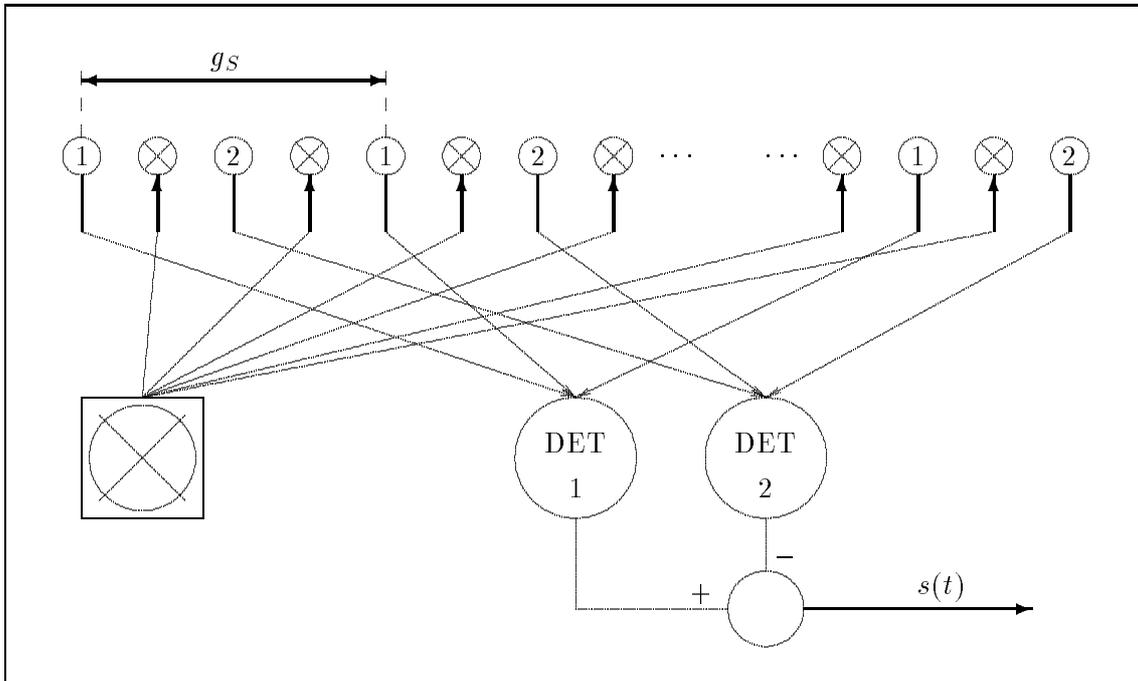


Abbildung 22: Schematische Darstellung des faseroptischen Sensors mit Differenzgitter und integrierten Beleuchtungsfasern

schmalbandiges Signal $s(t)$ umzusetzen. Die Mittenfrequenz f_0 des zu $s(t)$ zugehörigen Leistungsdichtespektrums $S(f)$ ist dann proportional zur Partikelgeschwindigkeit :

$$u_P = g_S \cdot f_0 \quad (83)$$

Abb. 22 zeigt die Realisierung einer solchen Gitterstruktur mit Hilfe einer gitterförmigen Anordnung von Lichtleitfasern, wie sie in der verwendeten faseroptischen Sondenmeßtechnik anzutreffen ist. Zur Verbesserung der Signalcharakteristiken kommen zwei, um eine halbe Gitterkonstante versetzt angeordnete, faseroptische Gitter zum Einsatz, deren Signale in Differenz geschaltet werden. Zusätzlich sind in den faseroptischen Sensor die Beleuchtungsfasern integriert. Alle Lichtleitfasern sind im Meßrohr einer Meßsonde mit einem Außendurchmesser von 6 mm untergebracht, so daß ein relativ störungsarmer Meßbetrieb möglich ist.

Da bei der FOA die Gitterkonstante des faseroptischen Sensors g_S größer als der Partikeldurchmesser d_P der zu untersuchenden dispersen Phase sein muß, kamen bei den Untersuchungen zwei verschiedene Sonden mit Gitterkonstanten von $g_S = 263 \mu\text{m}$ und $g_S = 614 \mu\text{m}$ zum Einsatz. Die Messungen erfolgten unter Verwendung von Halogenlicht im Absorptionsbetrieb. Zur Signalanalyse wurde ein mit einem 8-bit-Mikrorechner gekoppelter Periodendauermesser mit variabler Mindestperiodenanzahl verwendet.

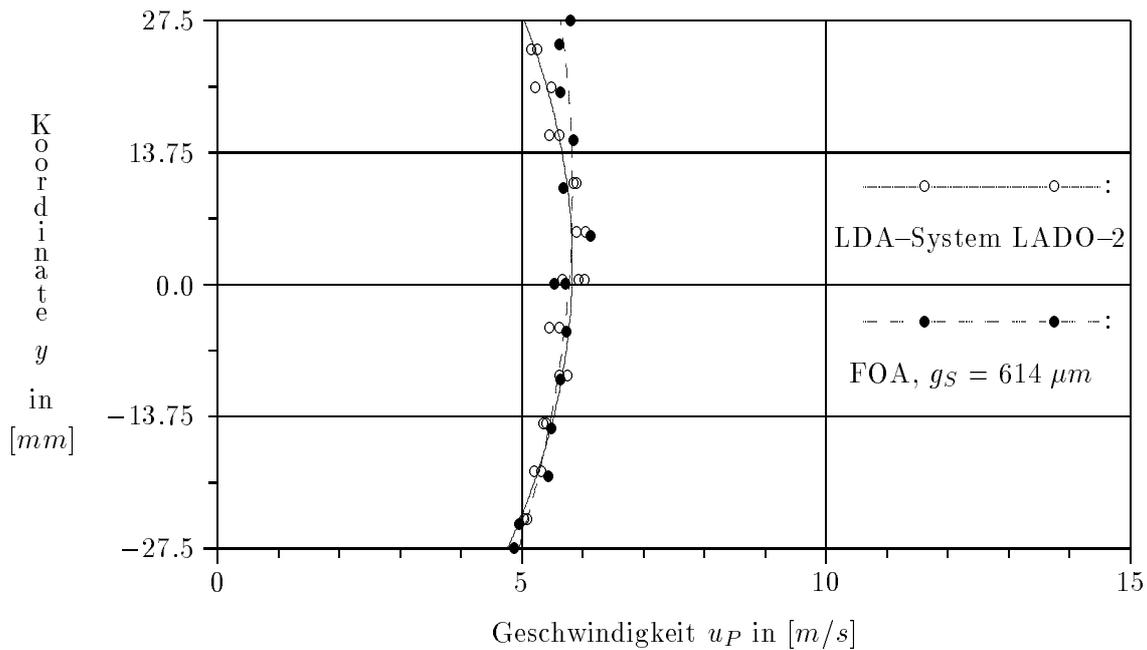


Abbildung 23: Vergleichsmessung von FOA und LDA am Beispiel einer Partikelgeschwindigkeitsverteilung ($d_P = 450 \mu m$, $u_{max} = 9.0 m/s$)

Da es sich bei der FOA im gegebenen Fall um ein Sondenmeßverfahren handelt, kommt es beim Meßvorgang durch das Einbringen des Sondenkörpers in die Strömung zu Störungen der Fluidströmung und der Partikelbewegung, die sich auf die Meßergebnisse als systematische Fehler auswirken können. Solche Verfälschungen der Meßergebnisse, die auf eine Beeinflussung der Strömung durch den Sondenkörper zurückzuführen sind, wurden von Schade in [59] und von Münch in [42] für hohe Strömungsgeschwindigkeiten von $18 m/s \leq u_P \leq 25 m/s$ beobachtet. Auf eine weitere Fehlerquelle weist Petrak in [48] hin. Auf Grund der begrenzten Apertur der Lichtleitfasern muß die Gitterachse der Sonde bis auf Abweichungen von ca. 20° in die Richtung der Teilchengeschwindigkeit gerichtet sein. Beträgt der Winkel zwischen der Teilchengeschwindigkeit und der Gitterachse in der Ebene der Sondenoberfläche mehr als 20° , so kann die Geschwindigkeit des entsprechenden Teilchens nicht gemessen werden. Einen weiteren Einfluß auf das Meßergebnis übt die Tiefe des Meßvolumens aus. Petrak gibt in [46] die Tiefenausdehnung des Meßvolumens für den faseroptischen Sensor mit $1.3 mm$ oberhalb der Sondenoberfläche an. Für eine Partikel mit $d_P = 450 \mu m$ ergibt sich bei einer Gesamtlänge des faseroptischen Gitters von $3.684 mm$ ($g_S = 614 \mu m$, 6 Gitterelemente), daß der Neigungswinkel der Partikeltrajektorie zur Sondenoberfläche maximal 13° betragen darf, damit sich die Partikel während ihrer Bewegung über das faseroptische Gitter stets im Bereich des Meßvolumens befindet.

Um den Einfluß dieser unterschiedlichen Faktoren auf das Meßergebnis der Partikelgeschwindigkeiten zu untersuchen, wurden in Zusammenarbeit mit Dr. Th. Hädrich Vergleichsmessungen mit einem Laser-Doppler-Anemometer durchgeführt, die auch in [46] dokumentiert sind. Bei dem verwendeten LDA-System handelt es sich um ein 2-Komponenten-LDA der Firma Carl-Zeiss-Jena vom Typ LADO-2, daß mit einem Helium-Neon-Laser betrieben wurde. Abb. 23 zeigt die Ergebnisse der Vergleichsmessungen für eine Partikelgeschwindigkeitsverteilung am Meßort $x = 3.55 m$ über der vertikalen Koordinate. Die Messung erfolgte für die Bewegung von Glasballotinis mit einem mittleren Teilchendurchmesser von $d_P = 450 \mu m$ bei einer maximalen Fluidgeschwindigkeit von $u_{max} = 9.0 m/s$. Die Meßergebnisse für die FOA- und LDA-Messungen zeigen eine überraschend gute Übereinstimmung. Die Abweichung der FOA- von den LDA-Meßergebnissen beträgt $1 \dots 9 \%$. Hädrich weist in [46] jedoch darauf hin, daß sich die Be-

einflussung der Strömung durch den Sondenkörper mit geringer werdendem Partikeldurchmesser zunehmend auf die Meßergebnisse der Partikelgeschwindigkeiten auswirkt.

6.3 Monte–Carlo–Simulation der horizontalen Gas–Feststoff–Strömung

Beim horizontalen, pneumatischen Transport wirken eine Reihe von Zufallsgrößen auf die Bewegung der Feststoffpartikeln. Im Experiment sind das vor allem eine Verteilung in der Partikelgröße (polydisperser Feststoff), Unregelmäßigkeiten in der Teilchenform, die Zufälligkeit der Anfangsbedingungen bei der Feststoffzufuhr und Schwankungen der Fluidgeschwindigkeit und der Feststoffkonzentration. Die Gesamtheit dieser Faktoren führt zu Schwankungen der Meßwerte, z.B. der Feststoffgeschwindigkeiten, so daß reproduzierbare Meßergebnisse nur durch Mittelung über eine große Anzahl von Einzelmeßwerten zu gewinnen sind. Aussagen über das Bewegungsverhalten der Gas–Feststoff–Strömung liefern somit nur statistisch gemittelte Größen, wie z.B. die mittlere Feststoffgeschwindigkeit und –konzentration.

In vergleichbarer Weise geht der deterministische Charakter des Lagrange–Modells in Form der Bewegungsgleichungen (12) durch die Einführung von Zufallsgrößen in die Vorgabe der Anfangsbedingungen und in die Modellierung des Partikel–Wand–Stoßes verloren. Eine geringe Änderung der Anfangsbedingungen der Bewegung des Einzelteilchens bewirkt eine nicht vorhersehbare Änderung der Partikeltrajektorie und der Partikelgeschwindigkeiten. Aussagen über das Bewegungsverhalten der Teilchen sind somit nur in Form gemittelter Strömungsparameter wie mittlere Partikelgeschwindigkeit und –konzentration zu gewinnen, wobei die Mittelung die Parameter einer statistisch repräsentativen Anzahl von Teilchen erfassen muß. Zu diesem Zweck werden Monte–Carlo–Simulationen durchgeführt, wobei in der Literatur [36, 37, 82, 85] bei ähnlichen Simulationsversuchen zwischen 50 und 2000 Teilchentrajektorien in die Simulation einbezogen wurden. Auf Grund der rechentechnischen Voraussetzungen wurde in den hier dargestellten Simulationsversuchen die Zahl der Teilchentrajektorien auf 200 begrenzt. Diese Anzahl erwies sich jedoch für die Darstellung von Geschwindigkeitsverteilungen der dispersen Phase über der vertikalen Koordinate in Bezug auf die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse als ausreichend.

6.3.1 Numerische Anfangs– und Randbedingungen

Ausgehend von den in Abschnitt 6.1 dargestellten experimentellen Versuchsbedingungen werden für die numerische Simulation der feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal folgende Anpassungen der Anfangs– und Randbedingungen vorgenommen :

- Die numerischen Simulationsversuche werden für die mittleren Partikeldurchmesser der jeweiligen Feststofffraktionen durchgeführt. Der polydisperse Charakter des Feststoffes wird nicht berücksichtigt.
- Für die gemessenen Wandrauhigkeitskenngrößen $\overline{E_A}$, $\overline{E_R}$ und $\overline{\Delta E_R}$ und den jeweiligen Partikeldurchmesser d_P werden unter Verwendung der Gleichungen (80) – (82) die Modellparameter des zweidimensionalen Wandrauhigkeitsmodells \overline{s} und z_{max} bestimmt. Die Werte für \overline{s} und z_{max} sind den Tabellen auf Seite 49 zu entnehmen.
- Die Zuförderung des Feststoffes über zwei verschiedene Feststoffinjektoren wurde bei den numerischen Simulationsversuchen durch die Vorgabe entsprechender Anfangsbedingungen für die Lösung der Bewegungsgleichungen (12) berücksichtigt. Aus Messungen der Partikelgeschwindigkeiten an der Austrittsöffnung der Injektoren ergaben sich die folgenden Anfangsbedingungen :

$$\begin{array}{llll}
 \text{Injektor 1:} & x_{P_0} = 0.0 \dots 0.002 \text{ m} & ; & y_{P_0} = 0.0 \text{ m} \\
 & u_{P_0} = 0.0 \text{ m/s} & ; & v_{P_0} = -8.0 \dots - 7.0 \text{ m/s} \\
 \text{Injektor 2:} & x_{P_0} = 0.0 \dots 0.005 \text{ m} & ; & y_{P_0} = 0.0 \text{ m} \\
 & u_{P_0} = 0.0 \text{ m/s} & ; & v_{P_0} = -0.6 \dots - 0.2 \text{ m/s}
 \end{array}$$

wobei x_{P0} und v_{P0} als gleichverteilte Zufallszahlen aus den angegebenen Wertebereichen ausgewählt wurden.

- Gemäß der in Kapitel 3 auf Seite 7 getroffenen Annahme wurde der Einfluß der dispersen Phase auf die Bewegung der fluiden Phase vernachlässigt. Die im Experiment realisierten geringen Feststoffbeladungen entsprechen in hohem Maße dieser theoretischen Vereinfachung.
- Die Bereitstellung der Geschwindigkeitsverteilung der fluiden Phase für die numerische Simulation erfolgte über die gesamte Kanallänge unverändert unter Verwendung des universellen logarithmischen Wandgesetzes nach [4, (S. 26–27)] mit den in den Tabellen auf Seite 49 angegebenen maximalen Fluidgeschwindigkeiten. Wie aus den von Schade [59] und Münch [42] gemessenen Fluidgeschwindigkeitsprofilen für den Staubkanal hervorgeht, entspricht diese Annahme vor allem am Anfang der Meßstrecke des Staubkanals nicht den tatsächlichen Gegebenheiten.

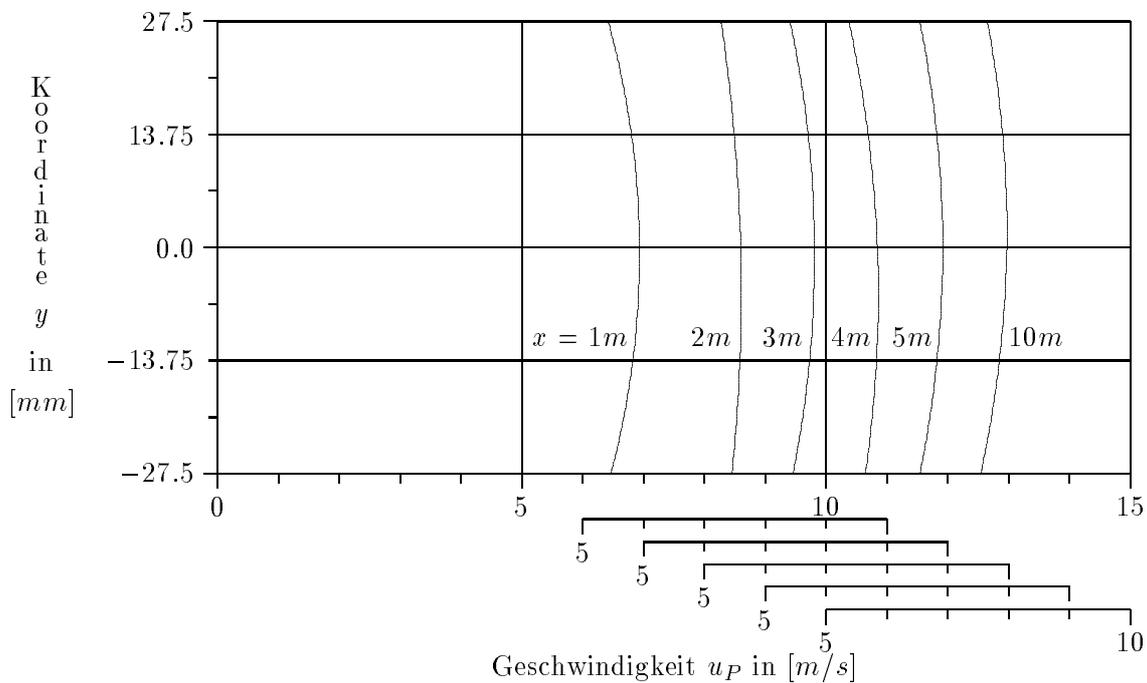


Abbildung 24: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $x/H = 18.2, 36.4, 54.5, 72.7, 90.9$ und 181.8

6.3.2 Stationarität und Unabhängigkeit von den Anfangsbedingungen

Auf Grund der geringen Länge der Meßstrecke des horizontalen Staubkanals von nur $L = 4.0\text{ m}$ wurde zunächst untersucht, ob die Gas–Feststoff–Strömung an der Position der Meßstelle bei $x = 3.55\text{ m} = 64.5\text{ H}$ einen zeit- und ortsunabhängigen Strömungszustand erreicht, das heißt inwiefern die Verteilung der mittleren Partikelgeschwindigkeiten bei $x = 3.55\text{ m}$ unabhängig vom Meßort und von den jeweiligen Bedingungen der Feststoffzufuhr ist. Zu diesem Zweck wurden für verschiedene Feststofffraktionen numerische Simulationen der Partikelbewegung mit variierenden Anfangsbedingungen bis zu einer Kanallänge von $x = 10.0\text{ m} = 181.8\text{ H}$ durchgeführt. Abb. 24 zeigt die Profile der mittleren Partikelgeschwindigkeiten bei $x = 1.0\text{ m}, 2.0\text{ m}, 3.0\text{ m},$

4.0 m, 5.0 m und 10.0 m für die Bewegung einer Feststofffraktion mit $d_p = 225 \mu\text{m}$ bei einer maximalen Fluidgeschwindigkeit von $u_{max} = 11.5 \text{ m/s}$ und für die dem Injektor 2 entsprechenden Anfangsbedingungen.

Ist für die Geschwindigkeitsprofile bei $x = 1.0 \text{ m}$ und $x = 2.0 \text{ m}$ noch eine Veränderung der Beträge der Feststoffgeschwindigkeiten festzustellen, so stellt sich ab $x \sim 3.0 \text{ m}$ ein nahezu unveränderter Strömungszustand bezüglich der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten ein. Die minimalen Veränderungen der Feststoffgeschwindigkeitsprofile für $x \geq 3.0 \text{ m}$ sind auf die geringe Anzahl von nur 200 berechneten Partikeltrajektorien zurückzuführen. Weitere Simulationsversuche für verschiedene Partikeldurchmesser, Fluidgeschwindigkeiten und für geänderte Anfangsbedingungen bestätigen diese Beobachtung, so daß für die weiteren Untersuchungen davon ausgegangen werden kann, daß die für $x = 3.55 \text{ m}$ durchgeführten Messungen und Simulationsrechnungen für die mittleren Feststoffgeschwindigkeiten dem stationären Zustand einer horizontalen, feststoffbeladenen Gasströmung entsprechen.

6.3.3 Geschwindigkeitsprofile der dispersen Phase

Für die Versuchsbedingungen aus Abschnitt 6.1 und unter Berücksichtigung der unter 6.3.1 getroffenen Anpassungen der Rand- und Anfangsbedingungen wurden für die in den Tabellen auf Seite 49 aufgeführten Feststofffraktionen **A–F** numerische Simulationsversuche durchgeführt. Für den Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen wurden aus den Geschwindigkeitswerten der 200 berechneten Partikeltrajektorien Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten in Form von Regressionspolynomen abgeleitet. Die Abb. 25–30 zeigen eine Gegenüberstellung der numerischen und experimentellen Ergebnisse für die Geschwindigkeitsverteilungen der dispersen Phase bei $x = 3.55 \text{ m}$.⁵ Die Meßwerte werden in den Abb. 25–30 durch die mit (---o---o---) markierte Kurve wiedergegeben, während die berechneten mittleren Partikelgeschwindigkeiten durch das Regressionspolynom (—) dargestellt werden.

Zunächst sei festgestellt, daß die berechneten Partikelgeschwindigkeitsprofile aus Abb. 25–27 sowie aus Abb. 29 sehr gut mit den experimentell ermittelten Verteilungen der mittleren Partikelgeschwindigkeiten übereinstimmen. Die Abweichungen der berechneten von den gemessenen Partikelgeschwindigkeiten liegen für die Fraktionen **A–C** und **E** unter 10%. Für die Simulationsrechnungen **D.1**, **D.2** und **F.1** aus den Abb. 28 und 30 ergibt sich ebenfalls eine zufriedenstellende Übereinstimmung der Geschwindigkeitsprofile der dispersen Phase, während sich mit steigender Fluidgeschwindigkeit für die Simulationsrechnungen **D.3**, **F.2** und **F.3** Abweichungen von bis zu 20% gegenüber den gemessenen mittleren Partikelgeschwindigkeiten ergeben. In Anbetracht der Zuverlässigkeit der in das theoretische Modell eingehenden Kenngrößen (Materialparameter, Stoßbeiwerte, polydisperser Feststoff, ausgebildet turbulente Fluidströmung nicht in der gesamten Meßstrecke vorhanden, ...) und der bei den Messungen mittels faseroptischer Anemometrie erreichbaren Meßgenauigkeit können die Ergebnisse jedoch als gute Übereinstimmung von Experiment und numerischer Simulation bewertet werden.

Die bestehenden Abweichungen in den Verteilungen der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten sind für die einzelnen Feststofffraktionen sehr differenziert zu betrachten und sind auf verschiedene Ursachen zurückzuführen. Bevor jedoch im einzelnen spezielle Fehlerursachen diskutiert werden, soll hier noch auf einige Umstände hingewiesen werden, die für die Experimente und numerischen Simulationsversuche mit allen Fraktionen **A–F** zutreffen :

- Die im Experiment verwendeten Feststofffraktionen wurden mittels Siebung aus zwei ursprünglichen Fraktionen mit sehr breiter Korngrößenverteilung hergestellt. Liegen für die Fraktionen **A** und **B** Korngrößenanalysen vor, die die vom Hersteller angegebene Korngrößenverteilung und den mittleren Partikeldurchmesser bestätigen, so war es im Zeitraum

⁵Die Darstellung der 200 Geschwindigkeitswerte für jeden der 18 Simulationsversuche im Vergleich mit den gemessenen mittleren Feststoffgeschwindigkeiten wäre an dieser Stelle zu umfangreich und wurde deshalb in den Anhang C aufgenommen.

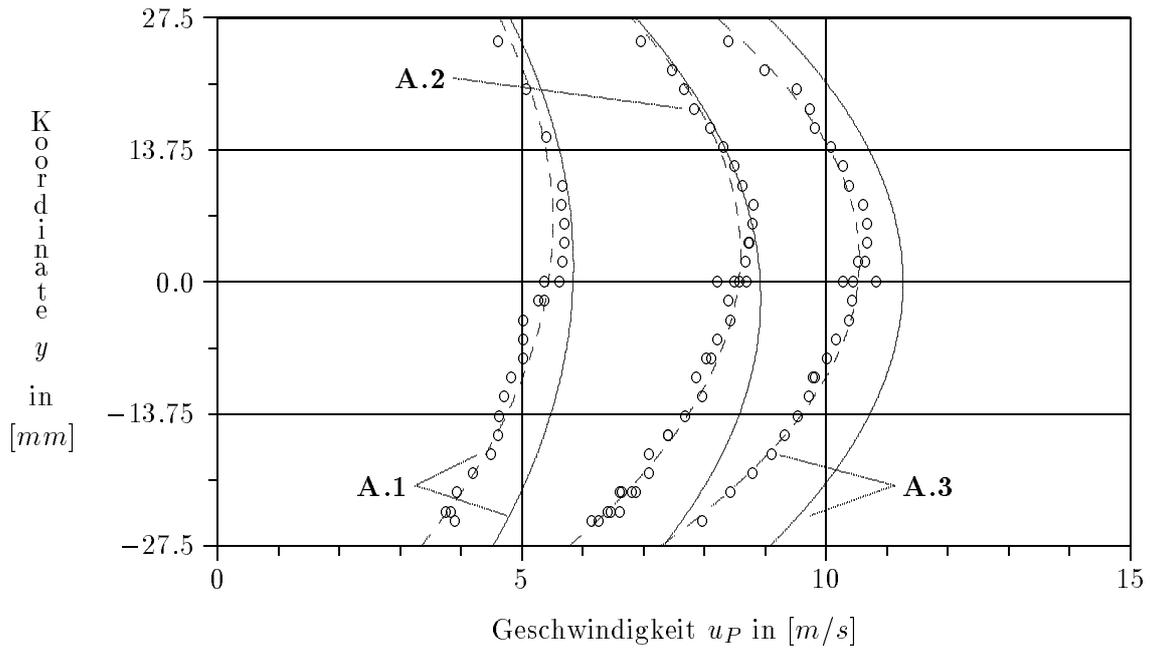


Abbildung 25: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 65 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 7.52 m/s$, $11.45 m/s$ und $14.24 m/s$

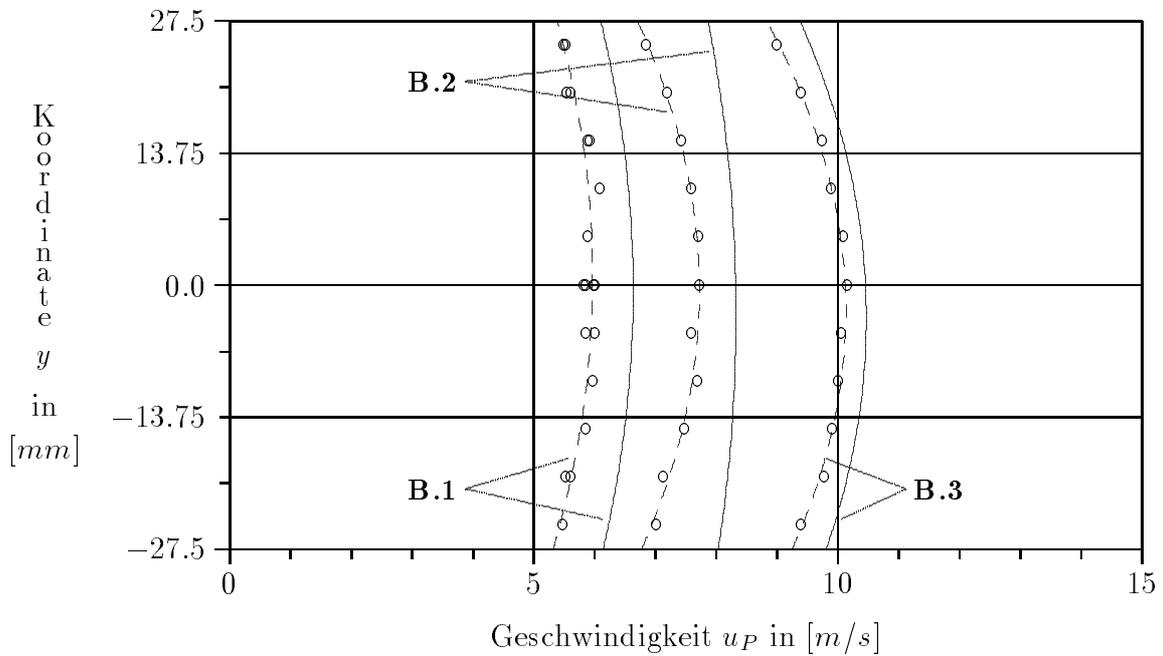


Abbildung 26: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 115 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 8.95 m/s$, $11.41 m/s$ und $14.15 m/s$

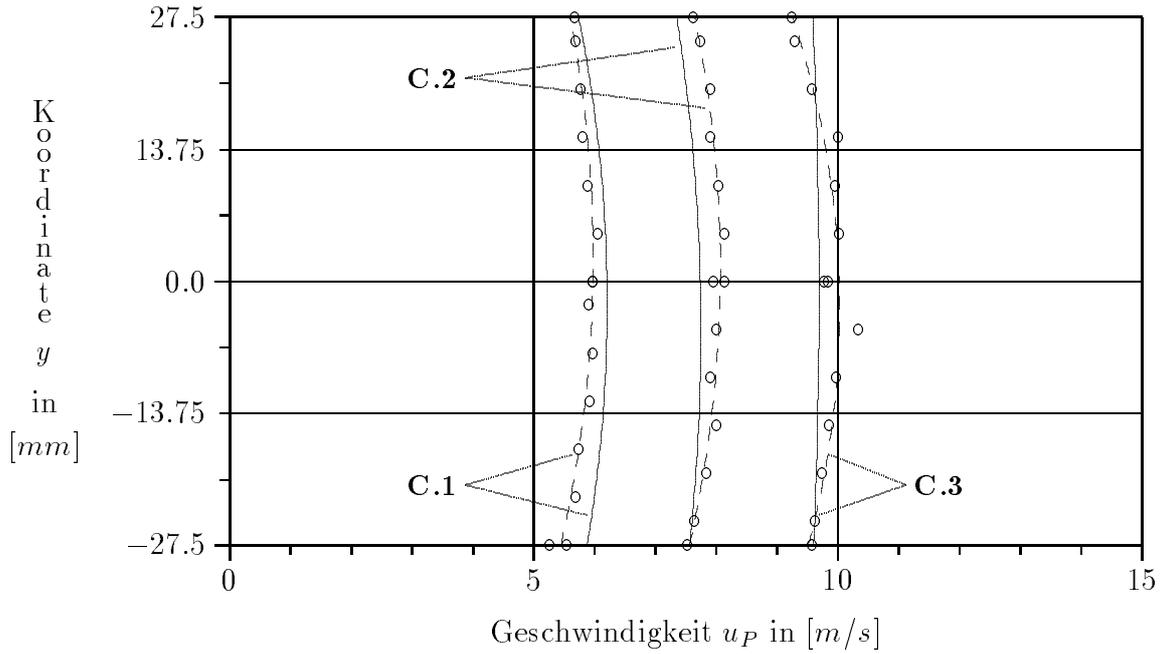


Abbildung 27: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 225 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s$, $11.5 m/s$ und $14.2 m/s$

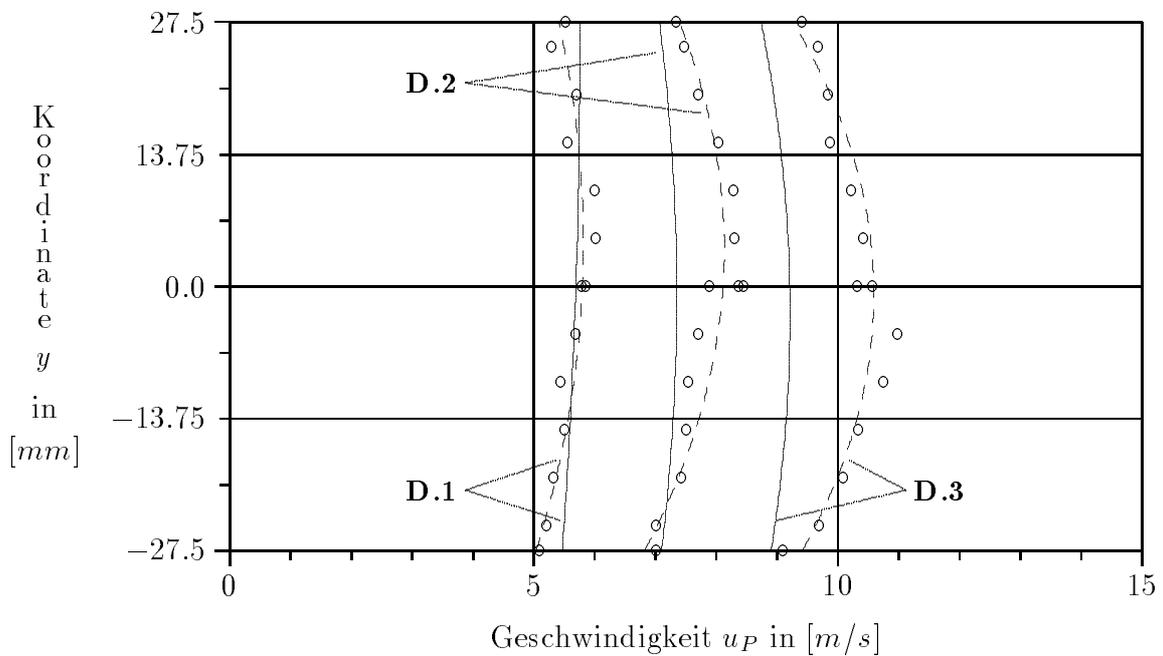


Abbildung 28: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 335 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s$, $11.5 m/s$ und $14.2 m/s$

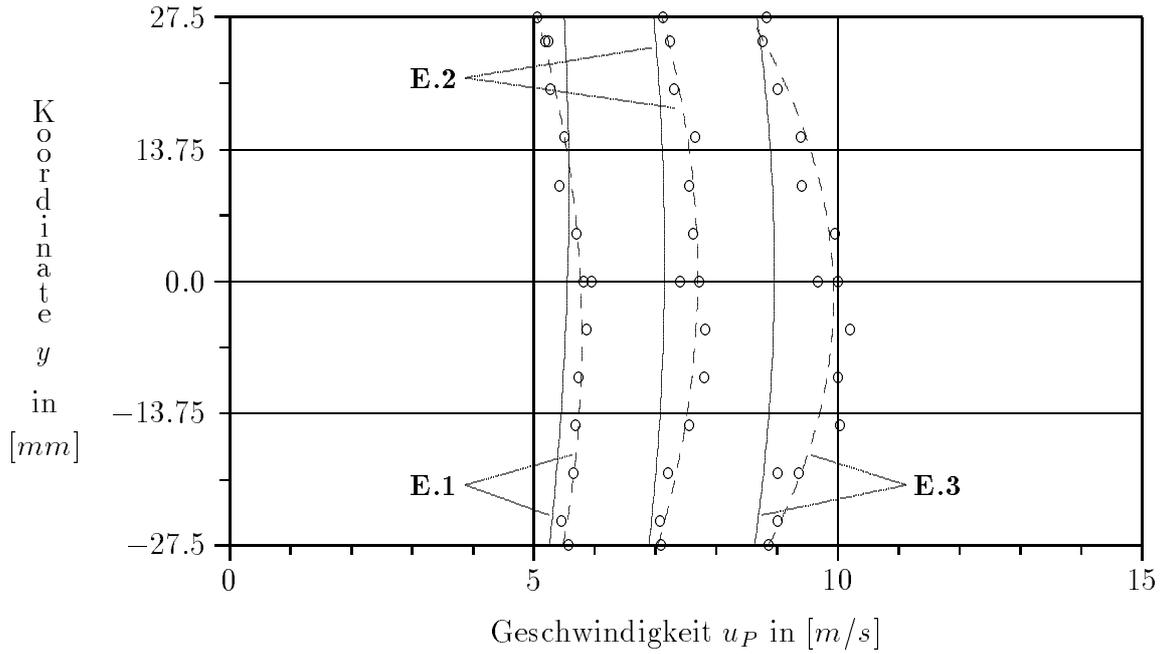


Abbildung 29: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 377.5 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s$, $11.5 m/s$ und $14.2 m/s$

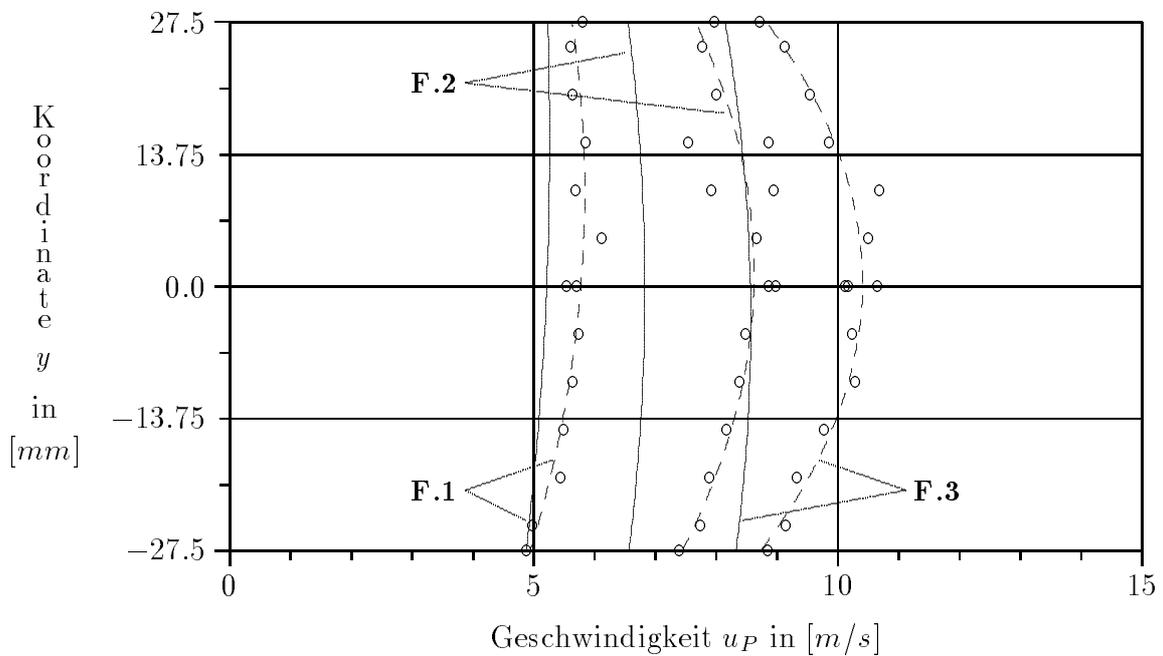


Abbildung 30: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 450 \mu m$ und die maximalen Fluidgeschwindigkeiten von $u_{max} = 9.0 m/s$, $11.5 m/s$ und $14.2 m/s$

dieser Untersuchungen nicht möglich, Korngrößenanalysen für die Fraktionen **C–F** durchzuführen. Als mittlerer Partikeldurchmesser dieser Feststofffraktionen wurde der Mittelwert der entsprechenden Siebklasse angenommen.

- Die in der Meßstrecke des Staubkanals vorherrschenden Strömungsverhältnisse der reinen Fluidströmung sind von Schade und Münch in [59, 42] näher untersucht worden. Dabei wurde festgestellt, daß die Geschwindigkeitsverteilung der fluiden Phase im Eintrittsquerschnitt der Meßstrecke nicht den in den numerischen Simulationen verwendeten, ausgebildet turbulenten Geschwindigkeitsprofilen entspricht. Die realen Geschwindigkeitsprofile weisen gegenüber dem ausgebildet turbulenten Profil gleichen Volumenstroms höhere Geschwindigkeiten in der Kanalmitte und niedrigere Geschwindigkeiten in einer recht breiten Zone nahe der Kanalwand auf. Dieses Verhalten der Fluidströmung ist auf die unzureichende Länge des Staubkanals und auf die mehrfache Umlenkung der Strömung zwischen der Druckseite des Lüfters und dem Eintrittsquerschnitt der Meßstrecke zurückzuführen und führt zu einer komplexen Beeinflussung des Bewegungsverhaltens der dispersen Phase.
- Die Bauform des Staubkanals mit quadratischem Querschnitt der Meßstrecke ist nur bedingt für die Überprüfung eines zweidimensionalen Modellansatzes geeignet. In einem Kanal mit quadratischem Querschnitt treten Sekundärströmungen in den Ecken auf, die wesentlich dazu beitragen, daß die Gas–Feststoff–Strömung einen dreidimensionalen Charakter annimmt. Diese Dreidimensionalität führt bei der Bewegung der dispersen Phase zu zusätzlichen Partikel–Wand–Stößen mit den seitlichen Begrenzungswänden der Meßstrecke und somit zu einem zusätzlichen Verlust an kinetischer Energie der Teilchen. Es ist zu erwarten, daß der Einfluß der Sekundärströmungen des Fluids auf die Bewegung der dispersen Phase mit zunehmendem Partikeldurchmesser auf Grund der zunehmenden Trägheit der Partikeln abnimmt. Somit sind die in Abb. 25 und 26 auftretenden höheren Partikelgeschwindigkeiten der Simulationsrechnungen zum Teil erklärbar.
- Eine weitere Fehlerquelle stellt die in Abschnitt 6.2 bereits erwähnte Wechselwirkung der faseroptischen Sonde mit der Zweiphasenströmung und die Winkelselektivität des faseroptischen Sensors dar. So führt das Einbringen der Sonde in die Meßstrecke zu Störungen des Fluidgeschwindigkeitsfeldes. Berechnungen zeigen, daß es in der Folge zu einer Abbremsung der Partikeln im die Sonde umgebenden Strömungsfeld kommen kann, die für Partikeln mit geringem Durchmesser ($d_P \sim 65 \mu m$) 5–7% der ursprünglichen Partikelgeschwindigkeit betragen kann. Ähnliche Beobachtungen wurden von Petrak und Hädrich bei Vergleichsmessungen von FOA und LDA gemacht [46].

Mit ansteigendem Partikeldurchmesser verliert dieser Effekt zunehmend an Einfluß auf die Meßergebnisse, da die Trägheit der Partikeln zunimmt. Für größere Partikeldurchmesser ändert sich jedoch auch das Bewegungsverhalten der Teilchen, so daß ein anderes Phänomen an Bedeutung gewinnt. Bewegen sich die Partikeln der Fraktion **A** fast ausschließlich in langgestreckten Bahnen mit nur seltenen Partikel–Wand–Stößen, so nimmt mit ansteigendem Partikeldurchmesser und zunehmender Fluidgeschwindigkeit die zickzackartige Bewegung der Teilchen zwischen der oberen und der unteren Kanalwand zu. Diese Art der Fortbewegung ist für die Partikeln der Fraktion **F** stark dominierend. Die Folge sind größer werdende Winkel zwischen der Richtung der Partikelgeschwindigkeiten und der Kanalachse bzw. der Achse des faseroptischen Gitters. Da jedoch Geschwindigkeiten von Partikeln, deren Trajektorien einen Neigungswinkel zur Gitterachse von mehr als $13 - 20^\circ$ aufweisen, nicht gemessen werden können, kommt es zu einer Verfälschung des Meßergebnisses. Da diese Partikeln auf Grund ihrer häufigen Partikel–Wand–Stöße eine geringere Partikelgeschwindigkeit aufweisen, als diejenigen Partikeln, die sich in langgestreckten Bahnen bewegen, liefert die Messung mit dem faseroptischen Meßsystem einen größeren Wert für die mittlere Partikelgeschwindigkeit als die numerische Simulation. Diese Hypothese findet in den Abb. 28–30 für die Simulationsversuche **D.3**, **E.3**, **F.2** und **F.3**

eine Bestätigung.

6.3.3.1 Einfluß der Feststoffkonzentration auf die Geschwindigkeitsverteilung der dispersen Phase

Im folgenden sollen einige der Geschwindigkeitsverteilungen näher untersucht werden. Betrachtet man zunächst die in Abb. 25 dargestellten Geschwindigkeitsprofile, so stellt man fest, daß einerseits eine stärkere Abbremsung der Partikeln in Wandnähe zu beobachten ist. Ursache hierfür ist die gegenüber den Fraktionen mit größerem Partikeldurchmesser **B–F** geringere Trägheit und der größere Widerstandsbeiwert der Partikeln mit $d_P = 65 \mu m$. Letzterer führt zu einer stärkeren Abbremsung der Partikeln in der Grenzschicht der Kanalwände schon vor dem Partikel–Wand–Stoß. Andererseits ist eine deutliche Verschiebung des Maximums der mittleren Partikelgeschwindigkeiten in die obere Kanalhälfte zu beobachten. Im Bereich der unteren Kanalwand treten größere Abweichungen der Simulationsergebnisse von den gemessenen Partikelgeschwindigkeiten auf.

Die Ursache für dieses Verhalten der Gas–Feststoff–Strömung ist aus den Abb. 31–33 zu erkennen. Diese Abbildungen zeigen die Ergebnisse von Signalratenmessungen bei den entsprechenden Versuchsbedingungen **A.1–A.3**. Diese Signalraten wurden mittels einer in den faseroptischen Sensor integrierten Zählfaser ermittelt, deren Signal nach der Umformung in einen Rechteckimpuls durch einen Counter ausgewertet wurde. Zusammen mit der örtlichen mittleren Feststoffgeschwindigkeit läßt sich aus der Signalrate die örtliche Feststoffkonzentration ableiten.

In Abb.33 ist trotz der relativ hohen maximalen Fluidgeschwindigkeit von $u_{max} = 14.24 m/s$ im Bodenbereich der Meßstrecke deutlich eine sich ausbildende Feststoffsträhne zu erkennen. Diese Erscheinung der zum Kanalboden hin deutlich ansteigenden Signalraten verstärkt sich noch mit sinkender maximaler Fluidgeschwindigkeit in den Abb. 32 und 31. Bei den Geschwindigkeitsmessungen mit den Feststofffraktionen **B–F** waren derartige lokale Maxima in den Feststoffkonzentrationsverteilungen jedoch nicht zu beobachten. Auf Grund der festgestellten Konzentrationsverteilungen bei den Geschwindigkeitsmessungen für die Feststofffraktion **A** kann davon ausgegangen werden, daß es unter diesen Versuchsbedingungen bereits zu Entmischungserscheinungen kommt, die das Bewegungsverhalten der Gas–Feststoff–Strömung in komplexer Weise beeinflussen. Trotz der insgesamt geringen Feststoffbeladungen steigen die lokalen Feststoffkonzentrationen in der Nähe der unteren Kanalwand soweit an, daß die Bewegung der dispersen Phase das Geschwindigkeitsfeld der Gasphase beeinflusst. Die Fluidströmung wird im Bereich der unteren Kanalwand abgebremst, was wiederum zu einer Beschleunigung der Gasströmung in der oberen Kanalhälfte führt. Die geringeren Fluidgeschwindigkeiten am Kanalboden tragen nunmehr dazu bei, daß Teilchen die durch Partikel–Wand–Stöße stark abgebremst wurden, diesen Energieverlust nicht mehr in voller Höhe ausgleichen können und somit in der unteren Kanalhälfte verbleiben. Dies führt wiederum zu einem Anstieg der Feststoffkonzentrationen in diesem Bereich. Auf diese Weise stellt sich ein komplizierter Gleichgewichtszustand ein.

Die Modellierung dieser komplexen Vorgänge ist nur möglich, indem die Wechselwirkungen zwischen der Bewegung der dispersen und der fluiden Phase berücksichtigt werden. Ist das der Fall, so können Auswirkungen lokal erhöhter Feststoffkonzentrationen und Beladungseinflüsse theoretisch beschrieben werden. Da im Rahmen des verwendeten Modellansatzes diese Konzentrations– und Beladungseinflüsse nicht simuliert werden können, kommt es im Bereich des Kanalbodens zu den in Abb. 25 erkennbaren Abweichungen der berechneten von den gemessenen mittleren Partikelgeschwindigkeiten.

6.3.3.2 Einfluß der Partikelform auf die Geschwindigkeitsverteilung der dispersen Phase

In Abb. 34 sind die Partikelrelativgeschwindigkeiten $v_{rel}|_{y=0} = (u_F - u_P)|_{y=0}$ für die drei betrachteten maximalen Fluidgeschwindigkeiten über dem Partikeldurchmesser d_P aufgetragen.

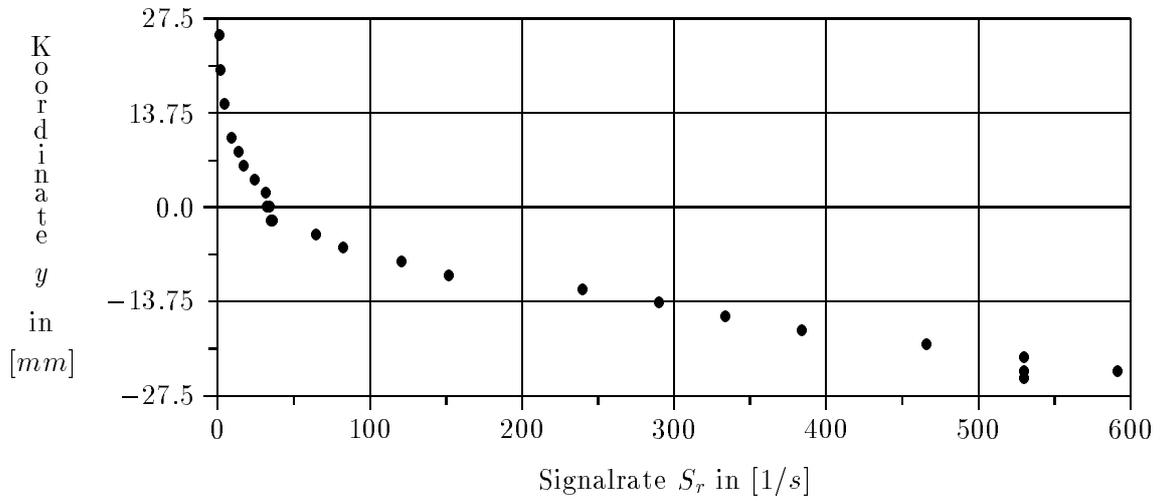


Abbildung 31: Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen **A.1**

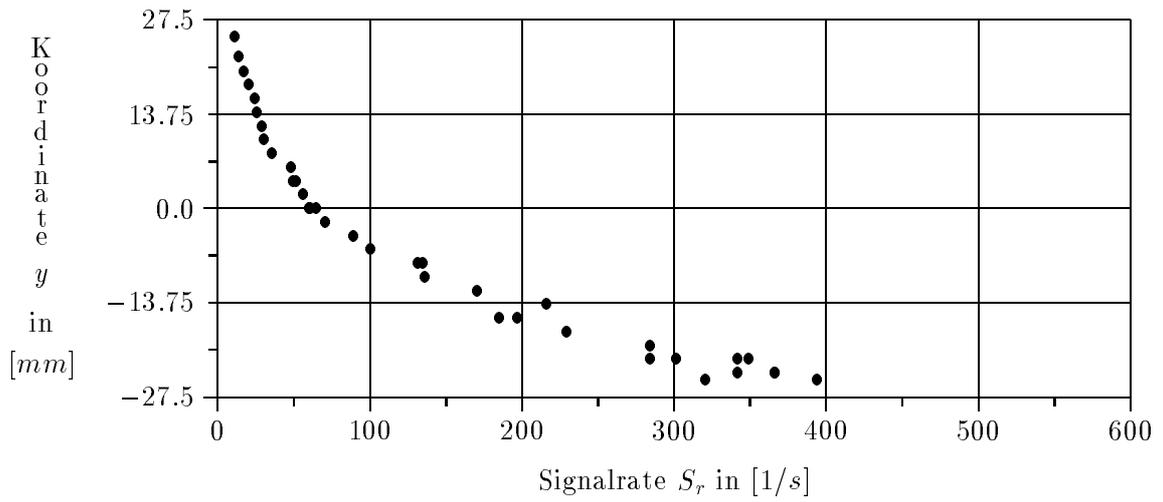


Abbildung 32: Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen **A.2**

Die mit (•) markierten Werte bezeichnen die Partikelrelativgeschwindigkeiten für die experimentell ermittelten Geschwindigkeitsprofile, während die durch (—◇—◇—) dargestellten Werte aus den numerischen Simulationsversuchen **A–F** bestimmt wurden.

Wird eine Partikel durch eine Fluidströmung aus der Ruhelage beschleunigt, so ergibt sich für den stationären Zustand einer unberandeten Strömung aus der Bedingung $du_P/dt \equiv 0$ und Gleichung (12), daß die Partikelgeschwindigkeit u_P sich asymptotisch der Fluidgeschwindigkeit u_F annähert, d.h. $v_{rel} \rightarrow 0$ strebt. Auf Grund der Partikel–Wand–Wechselwirkungen in einer horizontalen, berandeten Strömung wird dieser Bewegungszustand jedoch nicht erreicht, da die Geschwindigkeit der Partikeln beständig bei jedem Partikel–Wand–Stoß abgebremst wird. Die sich einstellende Partikelrelativgeschwindigkeit ist somit von der Intensität der Partikel–Wand–Wechselwirkung abhängig. Da die mittlere Weglänge zwischen zwei aufeinanderfolgenden Partikel–Wand–Stößen mit ansteigendem Partikeldurchmesser abnimmt, ist davon auszugehen, daß die Partikelrelativgeschwindigkeit mit größer werdendem Partikeldurchmesser ebenfalls ansteigt.

Brauer verweist in [4, S. 528–532] auf eine empirische Gleichung für das Geschwindigkeitsverhältnis der mittleren Partikelgeschwindigkeit $\overline{u_P}$ zur mittleren Fluidgeschwindigkeit $\overline{u_F}$. Diese Beziehung geht auf Schuchart zurück und wurde aus der Zusammenfassung von Messwerten der mittleren Partikelgeschwindigkeit beim horizontalen, pneumatischen Transport in Rohren abgeleitet :

$$\frac{\overline{u_P}}{\overline{u_F}} = \frac{1}{1 + C^* \cdot \left(\frac{\rho_P}{\rho_F} - 1\right)^{2/3} \cdot \left(\frac{d_P}{D_R}\right)^{2/3} \cdot \left(1 + \frac{200}{\mathbf{Fr} - \mathbf{Fr}_0}\right)} \quad (84)$$

Hierin bedeuten $\mathbf{Fr} \equiv \overline{u_F}^2/gD_R$ die mit der mittleren Fluidgeschwindigkeit, dem Rohrdurchmesser und der Erdbeschleunigung gebildete Froudezahl und $\mathbf{Fr}_0 \equiv \overline{u_{F,0}}^2/gD_R$ den unteren Grenzwert der Froudezahl, die mit dem untersten Grenzwert der Fördergeschwindigkeit $\overline{u_{F,0}}$ gebildet wird. Bei $\overline{u_{F,0}}$ beginnt sich der Feststoff am Rohrboden abzulagern. Der Wert für \mathbf{Fr}_0 wird von Brauer für Quarzpartikeln mit ähnlichen Eigenschaften wie das hier verwendete Versuchsgut mit 100 angegeben. C^* ist ein von der Partikelform und der Stoßverlustzahl k abhängiger Zahlenwert, der für Glaspartikeln $C^* = 0.026$ beträgt. Abb. 34 zeigt mit der durch (---○---○---) markierten Kurve die resultierenden Partikelrelativgeschwindigkeiten nach Gleichung (84) für die maximale Fluidgeschwindigkeit $u_{max} = 14.2 \text{ m/s}$.

Betrachtet man nun die numerisch ermittelten Partikelrelativgeschwindigkeiten aus Abb. 34, so läßt sich feststellen, daß die Ergebnisse der numerischen Simulation sehr gut den vorangegangenen theoretischen Überlegungen und den Werten der empirischen Gleichung (84) entsprechen. Für die drei verschiedenen Fluidgeschwindigkeiten ergeben sich gleichermaßen mit steigendem Partikeldurchmesser ansteigende Partikelrelativgeschwindigkeiten. Die experimentell ermittelten Werte für die Partikelrelativgeschwindigkeiten zeigen für die Feststofffraktionen **A–C** eine annähernd gleiche Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser. Die Versuche mit den Feststofffraktionen **D–F** zeigen jedoch ein unrealistisches Verhalten der Partikelrelativgeschwindigkeiten. Bleiben die Partikelrelativgeschwindigkeiten für $u_{max} = 9.0 \text{ m/s}$ gegenüber den Versuchsbedingungen **C.1** fast konstant, so liegen die Werte für v_{rel} für die Versuchsbedingungen **D.2–F.2** und **D.3–F.3** unter den für die Feststofffraktion **C** ermittelten Werten und für **F.2** sogar unter der Partikelrelativgeschwindigkeit aus dem Versuch **A.2**.

Dieses Verhalten der Gas–Feststoff–Strömung ist nur mit einem deutlich höheren Widerstandsbeiwert der Partikeln aus den Feststofffraktionen **D–F** zu erklären. Wie die Ergebnisse von Salman und Verba [55] aus Abschnitt 3.1.1 belegen, ist für nicht sphärische Partikeln eine Vergrößerung des Widerstandsbeiwertes um über eine Größenordnung gegenüber dem C_W –Wert für kugelförmige Partikeln möglich. Mikroskopische Untersuchungen der Partikelform der Feststofffraktionen **A–F** ergaben, daß die Partikeln der Fraktionen **A–C** in sehr guter Näherung der Kugelform entsprachen. Einzelne Partikeln von der Form eines Ellipsoiden wiesen keine großen Exzentrizitäten auf. Demgegenüber mußte für die Fraktionen **D–F** festgestellt werden, daß diese

Feststofffraktionen einen unterschiedlich hohen Anteil von miteinander verschmolzenen, kleineren Glaspartikeln aufwiesen. Diese Agglomerate waren in der Fraktion **F** besonders häufig enthalten und sind offenbar die Ursache für die stark abweichenden Werte der Partikelrelativgeschwindigkeiten aus Abb. 34.

Um eine bessere Übereinstimmung der experimentellen und numerischen Ergebnisse für die Feststofffraktionen **D–F** zu erreichen, wurde eine zweite Serie von Simulationsversuchen durchgeführt, in der der Einfluß der nichtsphärischen Partikelform und der Winkelselektivität des faseroptischen Meßsystems berücksichtigt wurden. Zu diesem Zweck wurden folgende zusätzliche Annahmen getroffen :

- Da eine exakte Vermessung der Exzentrizität der Partikeln nicht möglich war, wurde zunächst unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Salman [55] und Brauer [4, S. 206–213] von einer Verdopplung des C_W -Wertes für die nicht kugelförmigen Teilchen ausgegangen.
- Wie aus Arbeiten von Matsumoto [36] und Tsuji [84, 85] bekannt ist, weisen nichtsphärische Teilchen ein verändertes Partikel–Wand–Stoßverhalten gegenüber kugelförmigen Teilchen auf. Im Rahmen des vorliegenden Modells war es jedoch nicht möglich, diesen Einfluß der Partikelform auf den Partikel–Wand–Stoß direkt zu untersuchen. Auf der Grundlage der Arbeiten von Matsumoto [36, 37], in denen gezeigt wird, daß der Einfluß einer Exzentrizität der Partikelform auf die Bewegung der Gas–Feststoff–Strömung vergleichbar ist mit dem Einfluß einer erhöhten Wandrauhigkeit, wurde versucht, das geänderte Partikel–Wand–Stoßverhalten der nichtsphärischen Partikeln durch eine Verdreifachung der Wandrauhigkeit des theoretischen Modells in die Simulationsrechnungen einzubeziehen.
- In die Partikel–Wand–Stoßbeziehungen (59) und (60) wurden die von Schade [45] experimentell ermittelten und in Abschnitt 4.1.1, Abb. 7 dargestellten Abhängigkeiten der Stoßverlust– und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel der Partikel einbezogen.
- Die in den Abschnitten 6.2 und 6.3.3 näher diskutierte Winkelselektivität des faseroptischen Meßsystems wurde bei den numerischen Simulationsversuchen berücksichtigt, indem in die Auswertung für die Profile der mittleren Partikelgeschwindigkeiten nur die Partikeltrajektorien einbezogen wurden, die einen Neigungswinkel zur Kanalachse von weniger als 13° aufwiesen.

Die Ergebnisse der Simulationsversuche unter den derartig modifizierten Versuchsbedingungen **D’–F’** sind in den Abb. 35–37 dargestellt.⁶ Die Meßwerte der Versuche **D–F** sind wiederum durch die mit (---o---o---) markierten Kurven wiedergegeben, die punktierten Kurven (·····) zeigen die numerischen Ergebnisse aus den Simulationsversuchen **D–F**, während die berechneten mittleren Partikelgeschwindigkeiten der Simulationsversuche **D’–F’** durch die Regressionspolynome (—) dargestellt werden. Wie aus den Abb. 35–37 zu erkennen ist, wurde für die modifizierten Simulationsbedingungen **D’–F’** eine verbesserte Annäherung der experimentellen Ergebnisse **D–F** erreicht. Die Abweichungen der berechneten von den experimentell ermittelten mittleren Partikelgeschwindigkeiten liegt nunmehr unter 5–10% und somit in einer vergleichbaren Größenordnung mit den Resultaten aus den Simulationsversuchen **A–C**.

6.3.4 Untersuchungen zur Mindesttransportgeschwindigkeit

Unterschreitet die Fördergeschwindigkeit beim Feststofftransport einen bestimmten Wert, nämlich die Mindesttransportgeschwindigkeit $u_{F,min}$, dann beginnt der Feststoff aus dem Förderstrom auszufallen und sich am Kanalboden anzusammeln. Um den sicheren Betrieb von

⁶Die ausführliche Darstellung der Ergebnisse für die einzelnen Simulationsversuche **D’–F’** ist dem Anhang C zu entnehmen.

Transportleitungen gewährleisten zu können, darf die Mindesttransportgeschwindigkeit auf keinen Fall unterschritten werden.

Für die experimentellen Untersuchungen zur Mindesttransportgeschwindigkeit, die in Zusammenarbeit mit K.-P. Schade durchgeführt wurden und in [45] ausführlich dokumentiert sind, wurde ebenfalls die faseroptische Sondenmeßtechnik eingesetzt. Die Meßsonde wurde dazu so in den Kanalboden eingebaut, daß der faseroptische Sensor sich unmittelbar hinter einer glatt mit dem Kanalboden abschließenden Planglasscheibe befand. Bei den anschließenden Messungen wurde damit nur der unmittelbare Bereich der Bodenstromlinie erfaßt und eine Störung der Strömung ausgeschlossen. Bei konstanter Feststoffzufuhr wurde dann die Luftgeschwindigkeit schrittweise reduziert und jeweils die Partikelgeschwindigkeit in Strömungsrichtung und die dazugehörige Signalrate gemessen. Da für diese Experimente ein längerer, kontinuierlicher und störungsfreier Betrieb des Staubkanals erforderlich war, der eine bestimmte Mindestmenge an Feststoff voraussetzt, konnten diese Versuche nur für die Feststofffraktionen **A–C** und **E** erfolgreich durchgeführt werden.

Die Ergebnisse dieser experimentellen Untersuchungen sind in den Abb. 38–41 für die verschiedenen Feststofffraktionen dargestellt. Die mit (—◇—◇—) markierten Kurven stellen das Verhältnis u_P/u_{max} der gemessenen Partikelgeschwindigkeit in der Bodenstromlinie zur maximalen Fluidgeschwindigkeit dar, während mit der durch (—○—○—) gekennzeichneten Kurve die absoluten Signalraten S_r aufgetragen sind. Die Auftragung erfolgt über der im Experiment schrittweise verringerten Fluidgeschwindigkeit der Kanalströmung.

Aus den Abb. 38–41 ist eine auffallende Gemeinsamkeit der vier Meßreihen zu erkennen. Für alle Feststofffraktionen **A–C** und **E** stellt sich für die in der Bodenstromlinie gemessenen Signalraten ein deutlich erkennbares Maximum ein, während die auf die maximale Fluidgeschwindigkeit bezogenen Partikelgeschwindigkeiten mit einer geringen Verschiebung bezüglich der Fluidgeschwindigkeit u_{max} ein deutliches Minimum erkennen lassen.

Die Signalrate am Kanalboden nimmt also zunächst mit sinkender Fluidgeschwindigkeit zu, um nach dem Überschreiten des Maximums dann rasch abzufallen. Wie die visuellen Beobachtungen bestätigen, kann angenommen werden, daß bis zum Erreichen des Maximums der Signalraten eine ablagerungsfreie Förderung der Partikeln vorliegt. Das Anwachsen der Signalrate ist zum einen durch die relative Erhöhung der Feststoffbeladung erklärbar, die ja mit sinkendem Fluidvolumenstrom wegen des konstanten Feststoffmasseneintrags ansteigen muß. Zum anderen verweist insbesondere das absolute Wachstum der Signalraten bei sinkender Fluidgeschwindigkeit darauf, daß wegen der damit verbundenen Absenkung des Energieeintrags beim Partikel–Wand–Stoß die Partikeln zunehmend weniger tief in die energiereiche Kernströmung zurückreflektiert werden und es somit zu ihrer Anreicherung am Kanalboden kommt.

Nach Überschreiten des Maximums der Signalraten beginnen dann offenbar erste Partikeln sich abzusetzen, so daß die Strömung an Feststoff verarmt und die relative Feststoffbeladung $\mu_P = \dot{m}_P / \dot{m}_F$ absinkt. Das erklärt auch den Verlauf der auf die Fluidgeschwindigkeit bezogenen Partikelgeschwindigkeiten am Kanalboden. Mit wachsender Feststoffbeladung sinkt sie ab, um nach dem Absetzen der ersten Partikeln, wegen der sich nun wieder verringern den Beladung wieder anzusteigen. Die Extremwerte in den Kurven für die Signalrate und die auf die Fluidgeschwindigkeit bezogene Partikelgeschwindigkeit können damit als Wert für die Mindesttransportgeschwindigkeit im vorliegenden Förderfall angenommen werden. Die entsprechenden Werte für die Mindesttransportgeschwindigkeiten der Feststofffraktionen **A–C** und **E** sind in den Tabellen auf Seite 49 enthalten.

Erscheint auf den ersten Blick das Ergebnis unerwartet, daß zu einer ablagerungsfreien Förderung von kleineren Partikeln eine höhere Fluidgeschwindigkeit notwendig ist, so weist schon Brauer in [4, S. 543–545] darauf hin, daß in Strömungen von Korngemischen zwar mit sinkender Fluidgeschwindigkeit zuerst die größten Partikeln aus dem Förderstrom ausfallen, die kleineren Partikeln jedoch eher am Kanalboden zur Ruhe kommen. Brauer führt dieses Phänomen auf das Wirken der Magnuskraft zurück, deren Betrag proportional zur dritten Potenz des Partikeldurchmessers ist und somit zu einer springenden Fortbewegung der größeren Partikeln eines

Korngemisches bei relativ geringen Fluidgeschwindigkeiten führt. Auf Grund der starken Abbremsung der Rotation der Partikeln für die in den hier dargestellten Experimenten verwendeten Feststofffraktionen kommt die Magnuskraft jedoch nicht als Hauptursache für das beobachtete Verhalten der Gas–Feststoff–Strömung in Betracht. Vielmehr ist die Ursache für die höhere Mindesttransportgeschwindigkeit der Fraktion **A** in einer komplexen Wechselwirkung aus dem Verlust an kinetischer Energie beim Partikel–Wand–Stoß und einem auf Grund des geringen Partikeldurchmessers hohen Widerstandsbeiwertes zu suchen, der eine Rückreflexion der Partikeln in die energiereiche Kernströmung schon bei relativ hohen Fluidgeschwindigkeiten verhindert.

Zum Vergleich mit den experimentellen Untersuchungen wurden für die ermittelten Mindesttransportgeschwindigkeiten der Feststofffraktionen **A–C** und **E** numerische Simulationsversuche durchgeführt. Die Abb. 42–45 zeigen die Simulationsergebnisse, wobei mit (\diamond) die Partikelgeschwindigkeiten der einzelnen Trajektorien und mit (—) das Regressionspolynom dieser Einzelwerte dargestellt sind. Wenn auch eine quantitative Bewertung dieser Simulationsergebnisse als kompliziert erscheint, so vermitteln die Abb. 42–45 doch eine gute qualitative Vorstellung des Strömungszustandes der Gas–Feststoff–Strömung. In allen vier Abbildungen ist ein deutlich ausgeprägter Konzentrationsanstieg zum Kanalboden hin in Form einer Feststoffsträhne erkennbar. In der oberen Kanalhälfte sind keine bzw. nur eine sehr geringe Anzahl von Feststoffpartikeln anzutreffen. Dieses Bewegungsverhalten der Partikeln bestätigt die experimentellen Ergebnisse, daß es sich bei den in den Simulationsversuchen verwendeten maximalen Fluidgeschwindigkeiten um einen Strömungszustand nahe der Mindesttransportgeschwindigkeit für die jeweilige Feststofffraktion handelt.

Ermittelt man aus den Abb. 38–41 für die jeweiligen Mindesttransportgeschwindigkeiten die gemessenen Partikelgeschwindigkeiten am Kanalboden :

d_P in [μm]	$u_{F, mind}$ in [m/s]	u_P/u_{max}	u_P in [m/s]
65	7.0	0.395	2.8
115	4.7	0.495	2.3
225	6.2	0.625	3.9
377.5	7.1	0.585	4.2

so läßt sich feststellen, daß sich die numerisch bestimmten, mittleren Partikelgeschwindigkeiten am Kanalboden in den Abb. 43–45 in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten befinden.

Die zu $u_{F, mind} = 7.0 m/s$ ermittelte Mindesttransportgeschwindigkeit für die Feststofffraktion **A** liefert eine zusätzliche Erklärung für die in Abschnitt 6.3.3.1 diskutierten Phänomene bei den Messungen der Geschwindigkeitsprofile der dispersen Phase. Mit $u_{max} = 7.52 m/s$ lag die maximale Fluidgeschwindigkeit für die Versuchsreihen **A.1** in unmittelbarer Nähe der Mindesttransportgeschwindigkeit, so daß der beobachtete starke Anstieg der Feststoffkonzentrationen zum Kanalboden hin hieraus erklärbar ist. æ

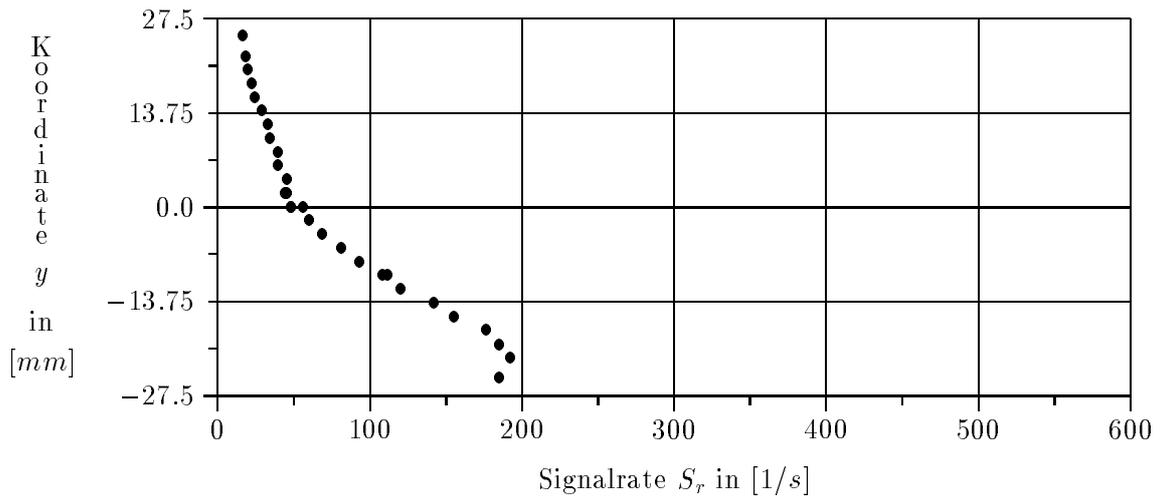


Abbildung 33: Signalratenmessungen für die Versuchsbedingungen **A.3**

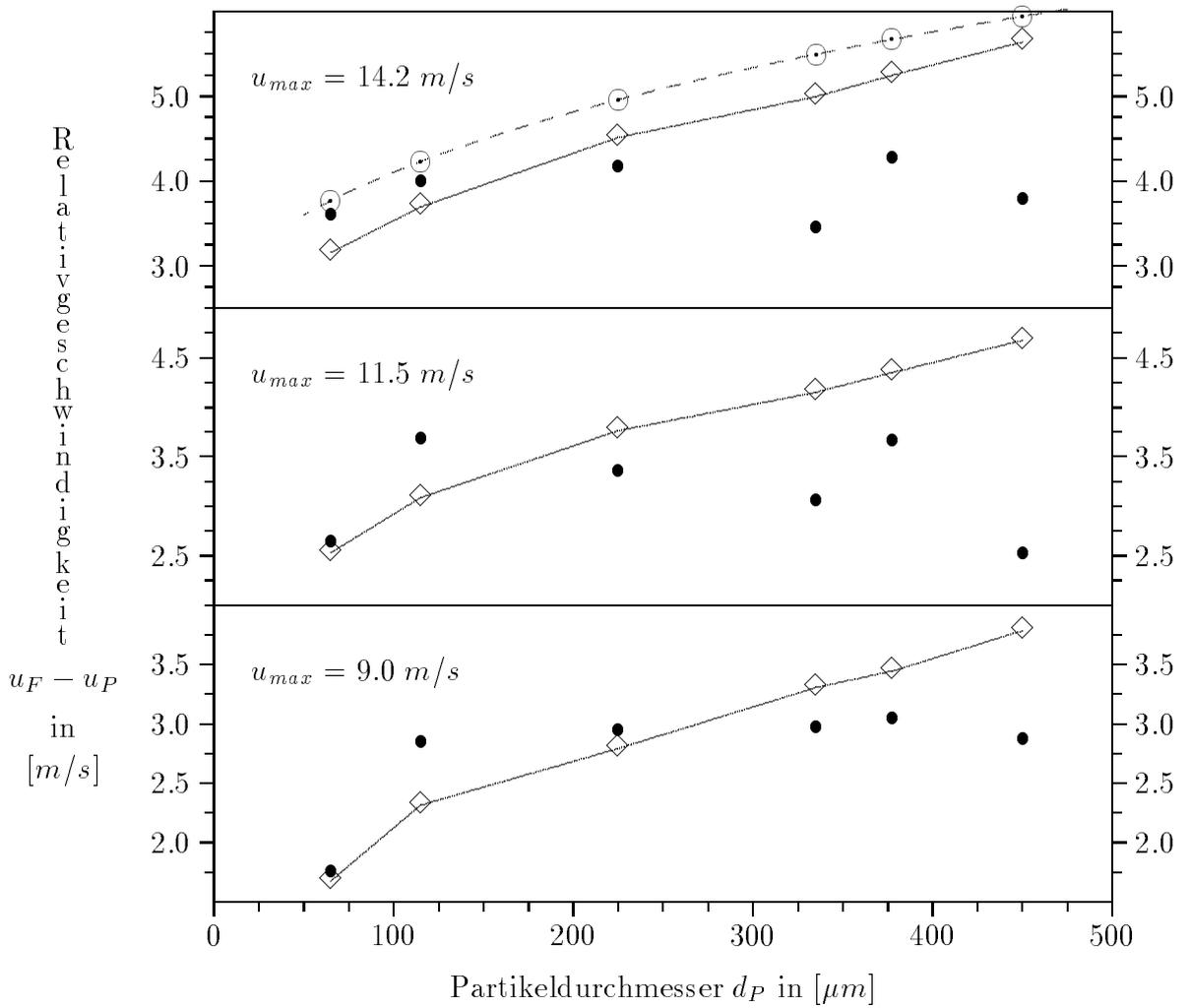


Abbildung 34: Abhängigkeit der Partikelrelativgeschwindigkeit v_{rel} vom Partikeldurchmesser d_P und der maximalen Fluidgeschwindigkeit u_{max}

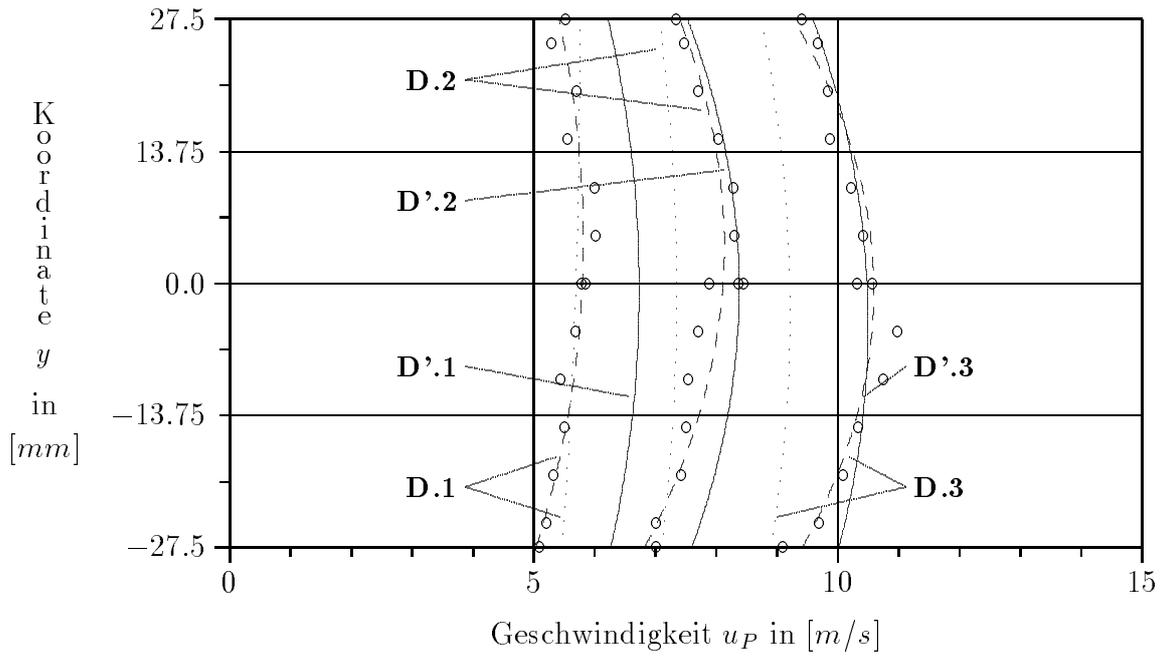


Abbildung 35: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen **D'**

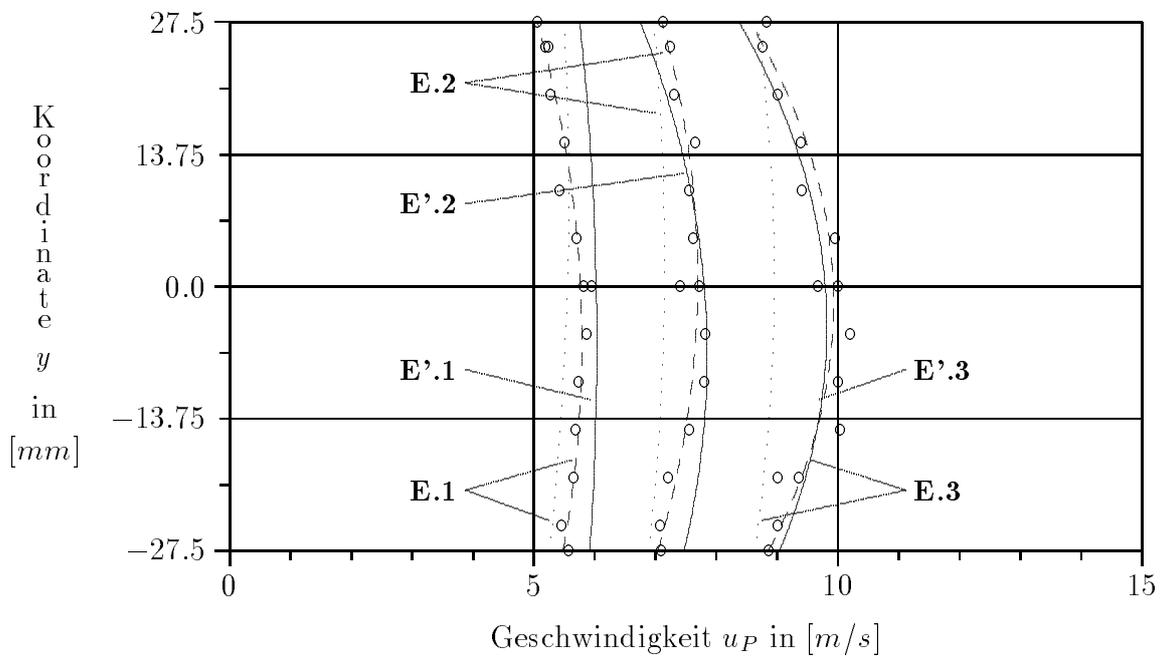


Abbildung 36: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen **E'**

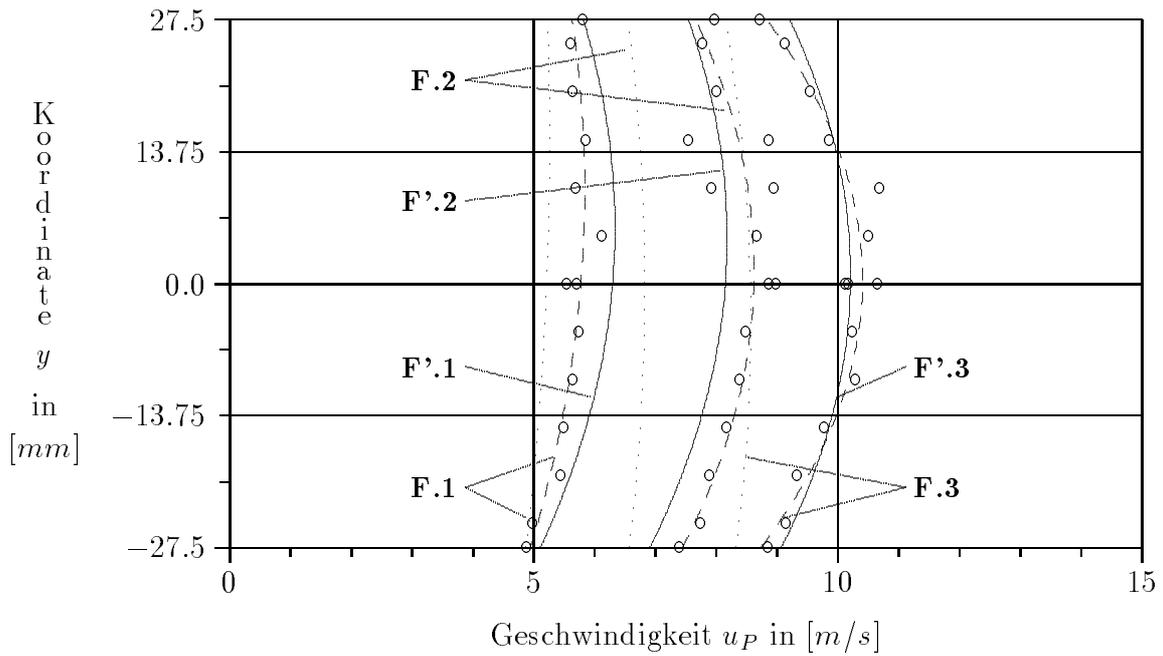


Abbildung 37: Profile der mittleren Feststoffgeschwindigkeiten für die modifizierten Versuchsbedingungen F'

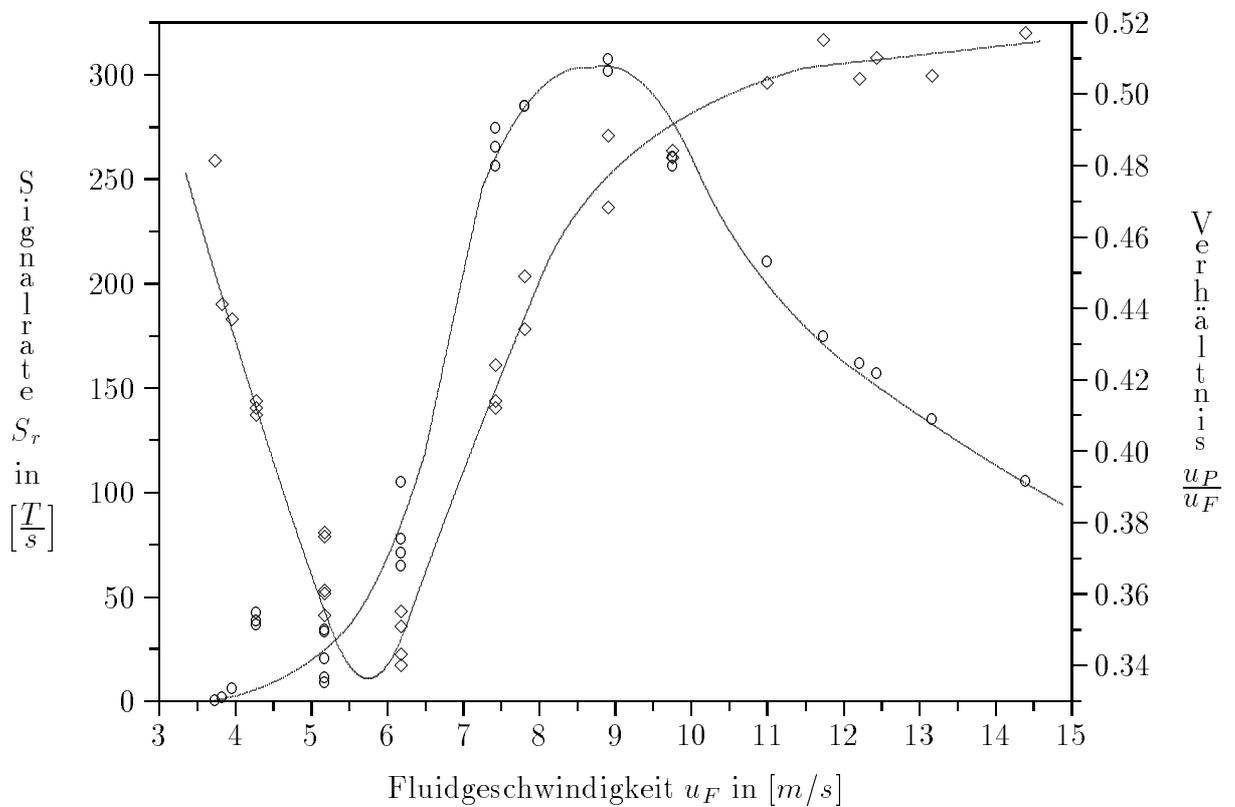


Abbildung 38: Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 65 \mu m$

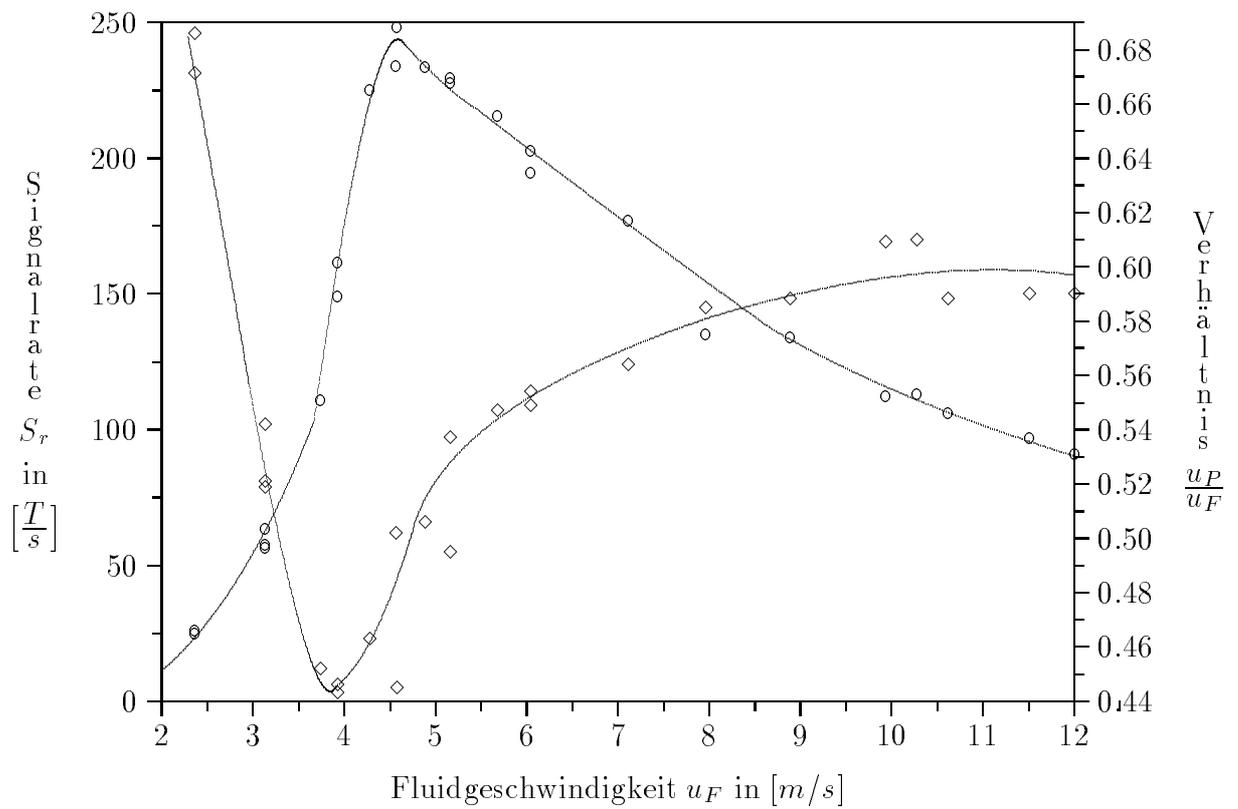


Abbildung 39: Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 115 \mu m$

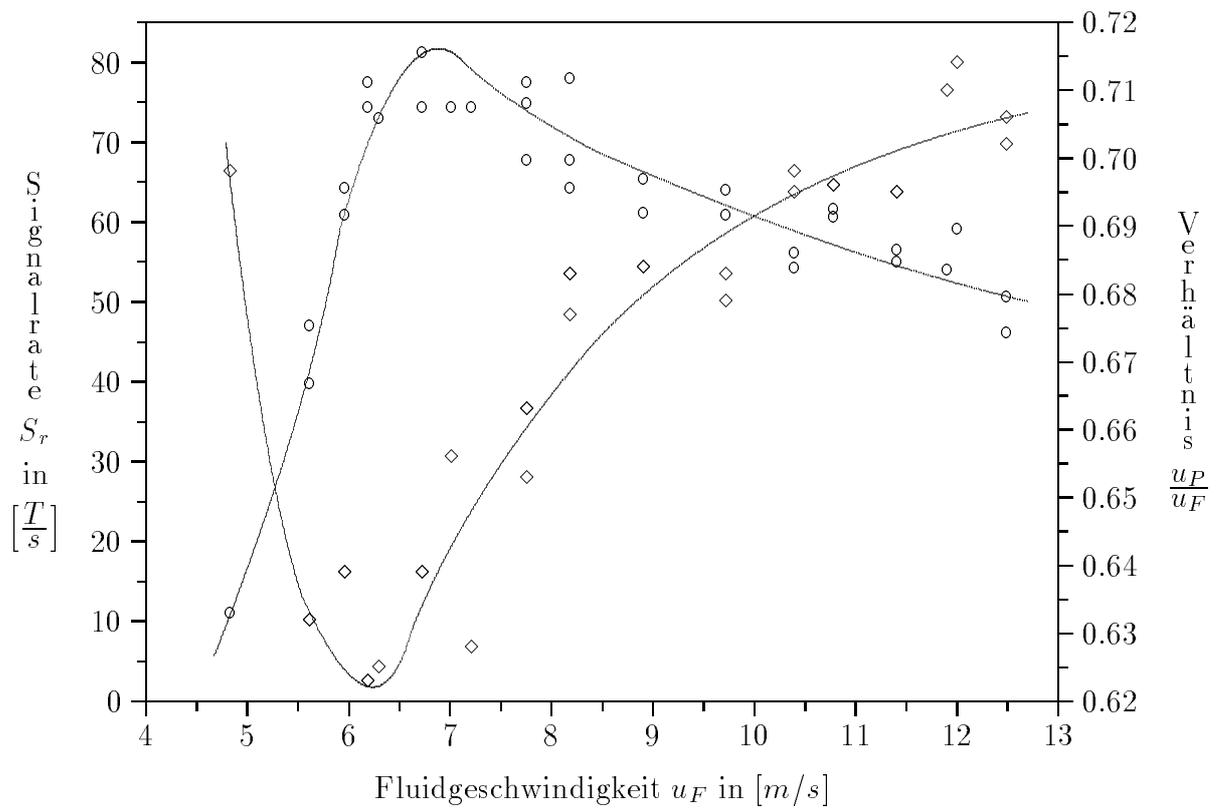


Abbildung 40: Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 225 \mu m$

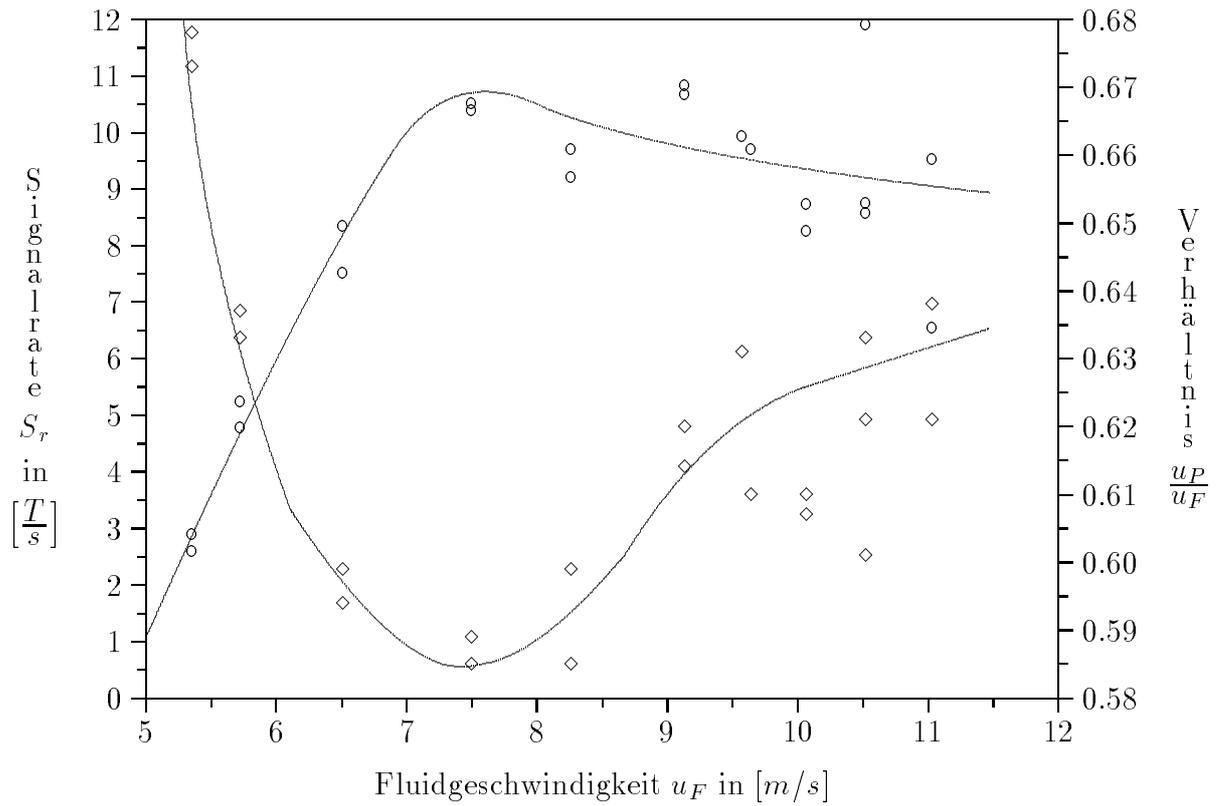


Abbildung 41: Bestimmung der Mindesttransportgeschwindigkeit für $d_P = 377.5 \mu m$

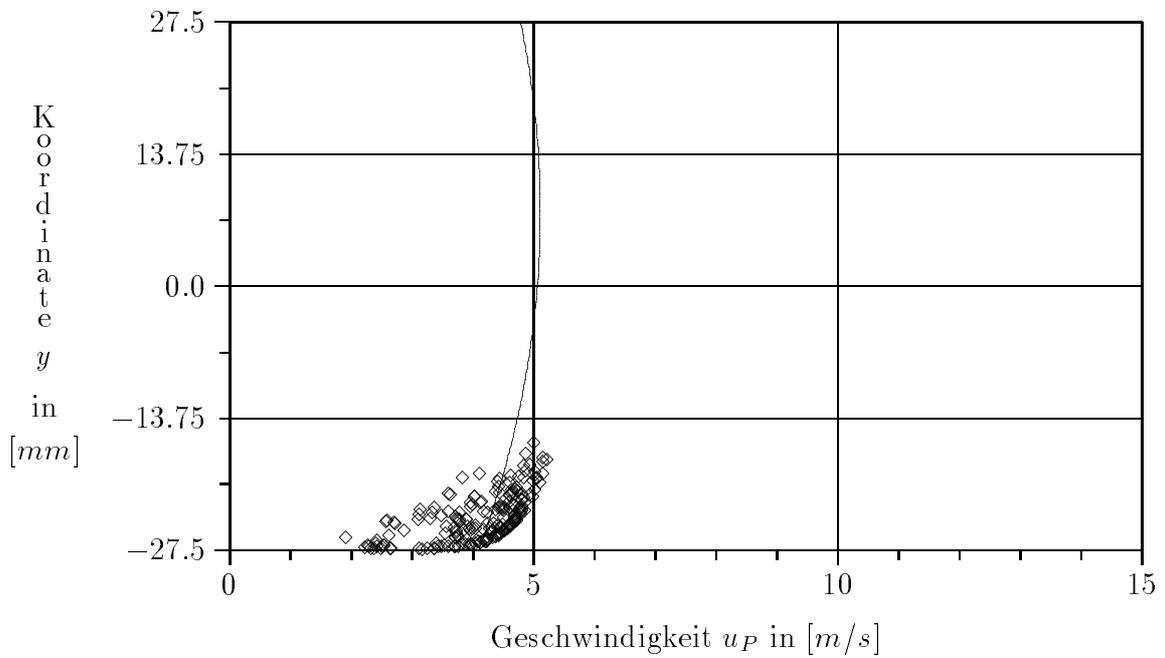


Abbildung 42: Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 65 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 7.0 m/s$

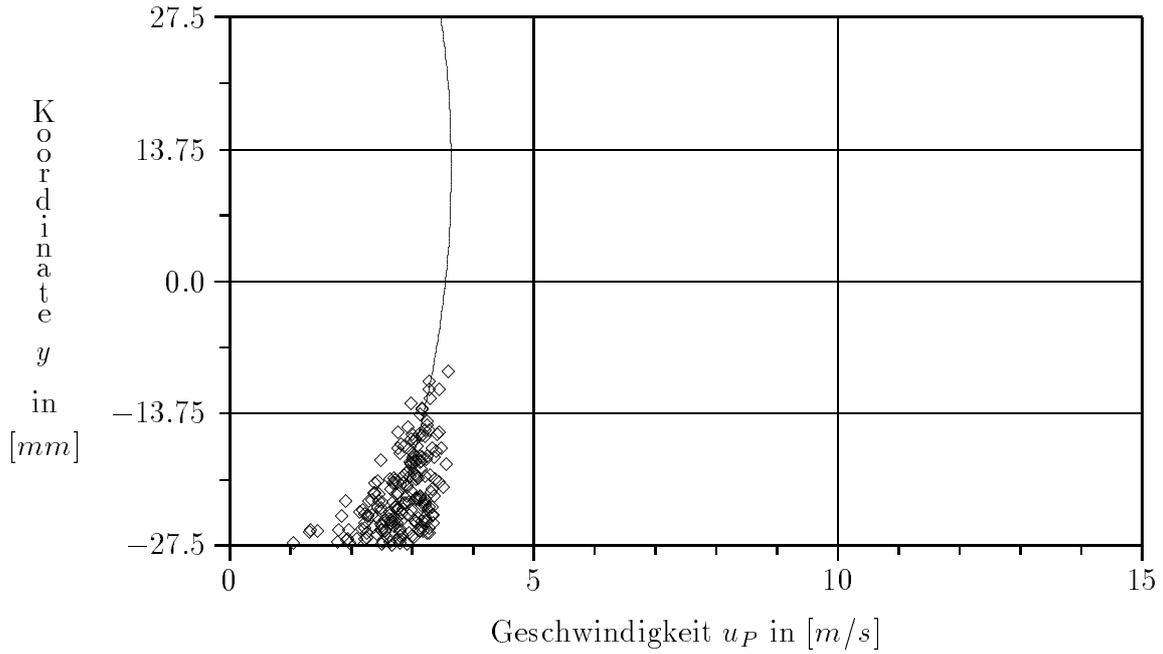


Abbildung 43: Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 115 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 4.7 m/s$

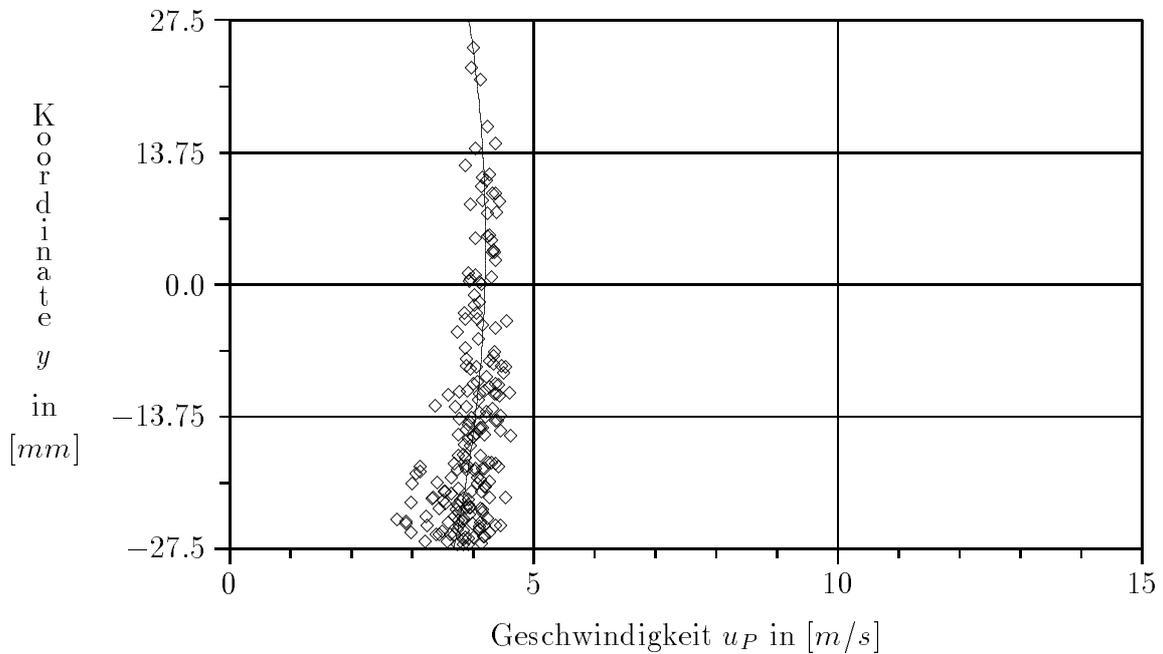


Abbildung 44: Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 225 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F,min} = 6.2 m/s$

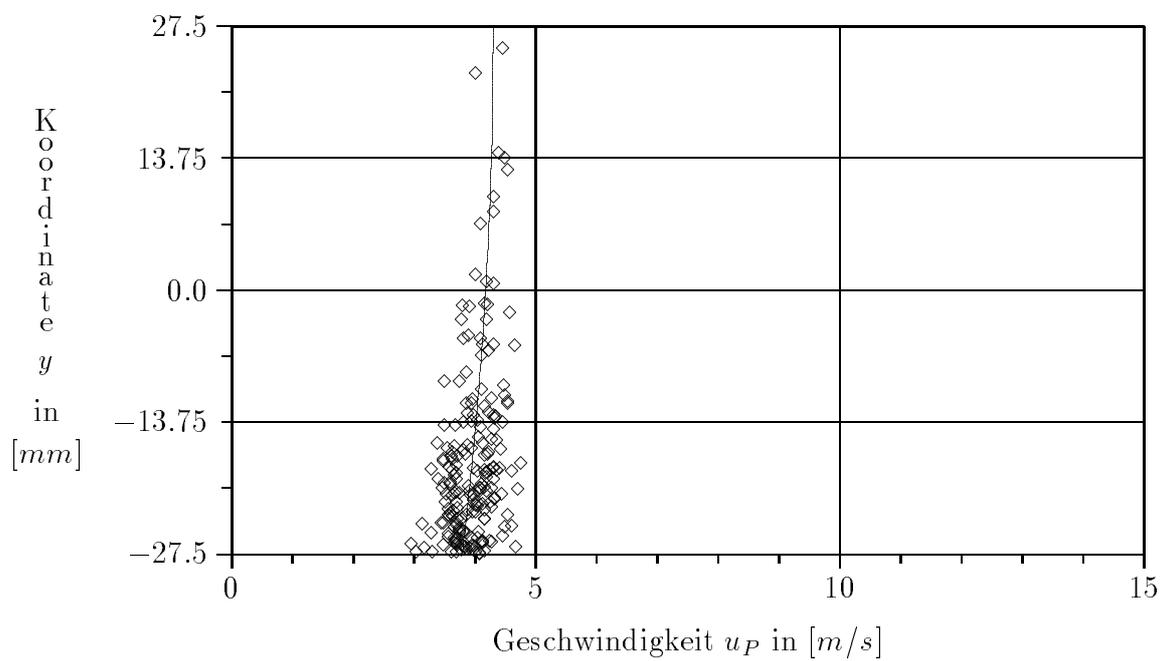


Abbildung 45: Berechnung der Feststoffgeschwindigkeiten für $d_P = 377.5 \mu m$ beim Erreichen der Mindesttransportgeschwindigkeit von $u_{F, mind} = 7.1 m/s$

7 Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit war die Beschreibung der Bewegung von Feststoffpartikeln in einer zweidimensionalen, horizontalen, turbulenten Kanalströmung.

Nachdem verschiedene Analysemethoden für Zweiphasenströmungen vorgestellt wurden, wird die Wahl eines Trajektorien-Modells für die vorliegenden Untersuchungen begründet. Die vorgenommenen Idealisierungen werden angegeben und in ihrer qualitativen Wirkung auf das Modellgleichungssystem diskutiert (Gültigkeitsgrenzen des Modells). Die in die Herleitung der Bewegungsgleichungen für die Einzelpartikel einbezogenen Kraftwirkungen werden im folgenden näher analysiert und eine Bewertung der in der Literatur dokumentierten experimentellen und theoretischen Ergebnisse zu den Kraftbeiwerten wird vorgenommen.

Besondere Aufmerksamkeit galt in der Arbeit den Untersuchungen zur Partikel-Wand-Wechselwirkung. Es wird gezeigt, daß die alleinige Beschreibung des Partikel-Wand-Stoßes durch die Gleichungen für den Gleit- und Haftstoß und die damit verbundenen Materialkenngrößen Stoßverlust- und Gleitreibungszahl nicht ausreichend ist, um eine physikalisch adäquate Beschreibung der Bewegung einer Einzelpartikel im Fluidgeschwindigkeitsfeld und ihrer Wechselwirkung mit der Strömungsberandung zu erreichen. Die in der Literatur vorkommenden, verschiedenen theoretischen Modelle für die numerische Behandlung des Partikel-Wand-Stoßes unter Berücksichtigung von Wandrauigkeiten oder einer nichtsphärischen Partikelform werden einer kritischen, vergleichenden Betrachtung unterzogen. Ein neues Modell wird vorgestellt, das den Einfluß von Wandrauigkeiten der Strömungsberandung auf das Bewegungsverhalten der Feststoffpartikeln berücksichtigt. Erstmals werden zur Bestimmung der Modellparameter des zweidimensionalen, mathematischen Wandrauigkeitsmodells die Ergebnisse mikroskopischer Wandmaterialuntersuchungen herangezogen und funktionale Abhängigkeiten der Modellparameter von den meßbaren Materialkenngrößen und dem betrachteten Partikeldurchmesser formuliert.

Die Anwendung des Modells wird an zwei Beispielen demonstriert :

- Zur Verifikation des in der Arbeit dargestellten, zweidimensionalen Wandrauigkeitsmodells wurden numerische Simulationen für den horizontalen, pneumatischen Transport von sechs Feststofffraktionen bei drei verschiedenen Transportgeschwindigkeiten durchgeführt. Zum Vergleich wurden mittels einer speziellen Sondenmeßtechnik, die auf dem Meßprinzip der faseroptischen Ortsfilteranemometrie basiert, Messungen der vertikalen Partikelgeschwindigkeitsverteilungen vorgenommen. Es wurde festgestellt, daß schon sehr geringe Rauigkeitswerte der begrenzenden Kanalwände einen qualitativen Einfluß auf das Bewegungsverhalten der Partikeln haben. Der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Meßwerten ergab für die betrachteten Feststofffraktionen bei den drei verschiedenen Fluidgeschwindigkeiten eine gute qualitative und quantitative Übereinstimmung. Der Einfluß von lokalen Maxima der Partikelkonzentration und der Einfluß einer nichtsphärischen Partikelform auf die Profile der mittleren Partikelgeschwindigkeiten wird in der Arbeit diskutiert.
- Weiterhin wurden experimentelle und numerische Untersuchungen zur Mindesttransportgeschwindigkeit beim horizontalen, pneumatischen Transport für die betrachteten Feststofffraktionen durchgeführt. Auch hier konnte eine gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit dem Experiment festgestellt werden.

Somit kann davon ausgegangen werden, daß die vorgestellte Monte-Carlo-Simulationsmethode in Verbindung mit dem mathematischen Wandrauigkeitsmodell die Vorgänge in Gas-Feststoff-Strömungen im horizontalen Kanal zufriedenstellend widerspiegeln kann. Richtet sich die Hauptaufmerksamkeit in dieser Arbeit auf das Anwendungsbeispiel der horizontalen Kanalströmung, so ist ein großer Teil der hier dargestellten Theorie auch auf weit komplexere

Strömungen anwendbar. Eine Anwendung des bestehenden Modells auf eine andere Strömungskonfiguration setzt jedoch die Beherrschung der Berechnung der reinen Gasströmung für diese Strömungskonfiguration voraus.

Eine Erweiterung des Trajektorien-Modells in Hinblick auf das PSI-Cell-Modell würde eine Berücksichtigung des Einflusses der Fluidturbulenz auf die Partikelbewegung und die Simulation von Beladungs- und Konzentrationseinflüssen bei der numerischen Berechnung der Bewegung der Gas-Feststoff-Strömung ermöglichen. Die Auswirkungen einer nichtsphärischen Partikelform auf das Partikel-Wand-Stoßverhalten könnte im folgenden durch eine Kombination des in dieser Arbeit vorgestellten zweidimensionalen Wandrauigkeitsmodells mit dem in Abschnitt 4.2.3 diskutierten Partikel-Wand-Stoßmodell für nichtsphärische Partikeln nach Tsuji berücksichtigt werden.

A Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen nach Salman [56]

Wie bereits in Abschnitt 4.1.1 auf Seite 23 erwähnt, führt Salman in [56] umfangreiche Untersuchungen zum Stoß von Aluminiumoxid-, Glas-, Polystyren- und Kunstdüngerpartikeln mit einer 1 mm starken Stahlplatte durch. Aus den experimentellen Ergebnissen leitet Salman folgende Abhängigkeiten der Partikelgeschwindigkeiten nach dem Stoß von den Bedingungen vor dem Stoß her :

$$\frac{v_1 - v_2}{|\vec{v}_1|} = (1 - k_V) + a_V(1 - \sin \gamma_1) = Q_n(\gamma_1) \quad (85)$$

$$\frac{u_1 - u_2}{|\vec{v}_1|} = b_V(\sin \gamma_1 - (\sin \gamma_1)^{c_V}) = Q_t(\gamma_1) \quad (86)$$

Die Parameter dieser Approximationsgleichungen k_V , a_V , b_V und c_V sind in den folgenden Tabellen wiedergegeben. Zusätzlich enthalten die Tabellen die Werte für den "kritischen" Auftreffwinkel $\gamma_{1,krit}$. Für Auftreffwinkel $\gamma_1 < \gamma_{1,krit}$ nimmt die rechte Seite der Gleichung (85) negative Werte an.

	Aluminiumoxid			Glas	
d_P in [mm]	3.3	5.3	7.3	3.0	6.0
k_V	0.5	0.36	0.25	0.59	0.25
a_V	-0.504	-0.704	-0.790	-0.407	-0.809
b_V	0.494	0.541	0.372	0.544	0.424
c_V	2.0	4.0	7.0	3.5	4.0
$\gamma_{1,krit}$ in [°]	0.45	5.19	2.90	0.42	4.18

	Polystyren	Kunstdünger		
d_P in [mm]	7.4	3.2	5.5	7.0
k_V	0.65	0.274	0.20	0.175
a_V	-0.439	-0.746	-0.808	-0.827
b_V	0.544	0.384	0.286	0.233
c_V	2.0	7.9	10.6	12.0
$\gamma_{1,krit}$ in [°]	11.65	1.54	0.57	0.14

Um die Ergebnisse von Salman mit Ergebnissen anderer Autoren vergleichen zu können, sollen die Gleichungen (85) und (86) im folgenden in die Darstellung für die Stoßverlust- und Gleitreibungszahl nach Gleichung (61) überführt werden :

$$\begin{aligned} k &= \left| \frac{v_2}{v_1} \right| = \frac{|v_2|}{|\vec{v}_1|} \cdot \frac{|\vec{v}_1|}{|v_1|} \\ &= |\sin \gamma_1 - Q_n(\gamma_1)| \cdot \frac{1}{|\sin \gamma_1|} \\ &= \left| 1 - \frac{Q_n(\gamma_1)}{\sin \gamma_1} \right| \end{aligned} \quad (87)$$

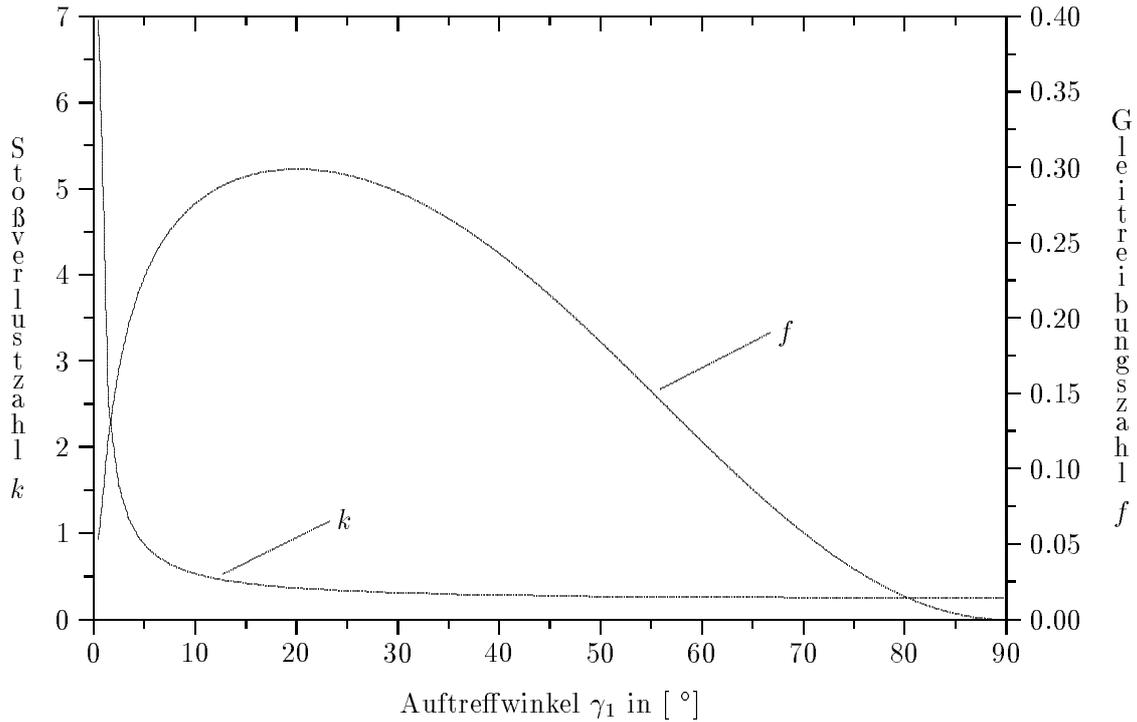


Abbildung 46: Abhängigkeit der Stoßverlust- und der Gleitreibungszahl für Glaspartikeln mit einem Durchmesser $d_P = 6.0 \text{ mm}$

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{|u_1 - u_2|}{|v_1|(1+k)} = \frac{1}{(1+k)} \frac{|u_1 - u_2| |\vec{v}_1|}{|\vec{v}_1| |v_1|} \\
 &= \frac{1}{(1+k)} \left| \frac{Q_t(\gamma_1)}{\sin \gamma_1} \right| \quad (88)
 \end{aligned}$$

In Abb. 46 sind die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen nach Gleichung (87) und (88) für die Parameter des Stoßes der Glaspartikeln ($d_P = 6.0 \text{ mm}$) mit der Stahloberfläche dargestellt.

Betrachtet man Gleichung (87), so fällt auf, daß für $\gamma_1 \rightarrow 0$ die Stoßverlustzahl $k \sim (\sin \gamma_1)^{-1} \rightarrow \infty$ strebt. In Termen, die die Reflexionsgeschwindigkeiten der Partikel beinhalten, bedeutet dies, daß für $\gamma_1 \rightarrow 0$ die Reflexionsgeschwindigkeit in wandnormaler Richtung $v_2 \rightarrow |\vec{v}_1|$ strebt. Da die kinetische Energie der Partikel während des Stoßvorganges abnimmt und $u_2^2 + v_2^2 \leq u_1^2 + v_1^2$ gelten muß, folgt somit unmittelbar, daß für $\gamma_1 \rightarrow 0$ für die Reflexionsgeschwindigkeit der Partikel in tangentialer Richtung $u_2 \rightarrow 0$ streben muß. Das heißt, daß für sehr kleine Auftreffwinkel die Partikel in wandnormaler Richtung mit einer Geschwindigkeit, die dem Betrag der Auftreffgeschwindigkeit entspricht, reflektiert wird. Wie jedoch aus Abb. 46 zu entnehmen ist, strebt für $\gamma_1 \rightarrow 0$ nach den Approximationsgleichungen von Salman auch die Gleitreibungszahl $f \rightarrow 0$ und es ergibt sich aus den Gleichungen (59) für den Gleitstoß $u_2 \rightarrow u_1$. Dies stellt einen Widerspruch dar und führt bei Verwendung der Approximationsgleichungen von Salman für Auftreffwinkel $\gamma_1 < \gamma_{1,krit}$ dazu, daß die kinetische Energie der Partikel nach dem Stoß größer ist als vor dem Stoß. Dieses Resultat erscheint zweifelhaft, so daß die von Salman vorgenommene Extrapolation der Approximationsgleichungen (85) und (86) für Auftreffwinkel $\gamma_1 < 11^\circ$ als fehlerhaft gelten kann.

Für den von Salman experimentell überprüften Auftreffwinkelbereich von $11^\circ \leq \gamma_1 \leq 90^\circ$ sind die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen entsprechend den Gleichungen (87) und (88) in den Abb. 47–50 graphisch dargestellt.

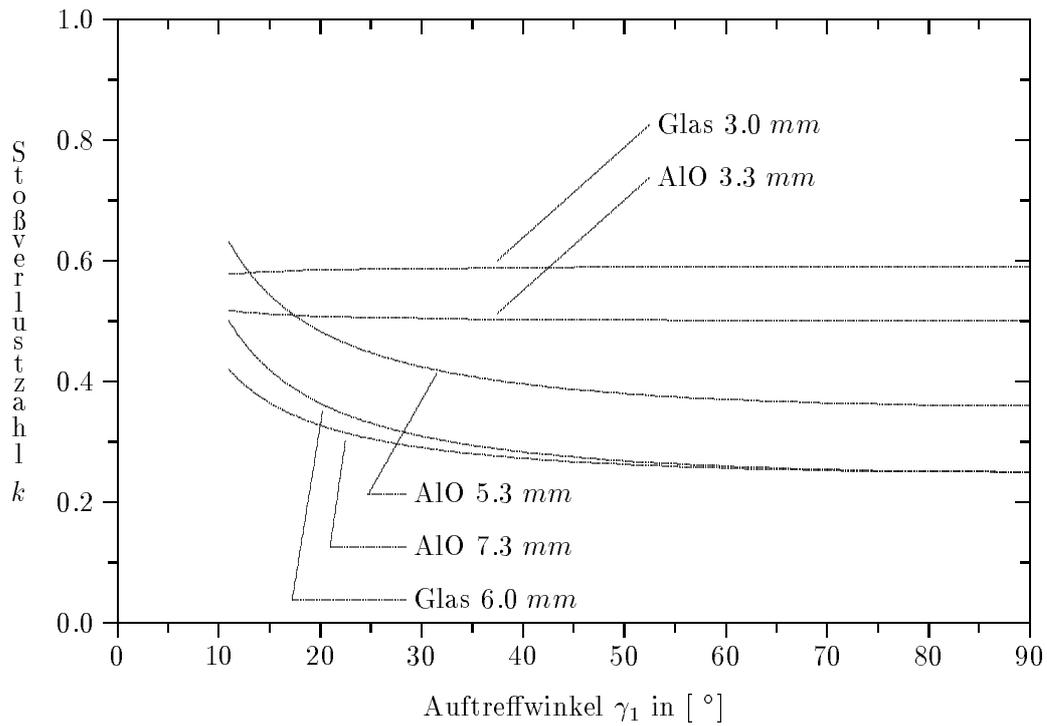


Abbildung 47: Abhängigkeit der Stoßverlustzahlen für Glas- und Aluminiumoxidpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1

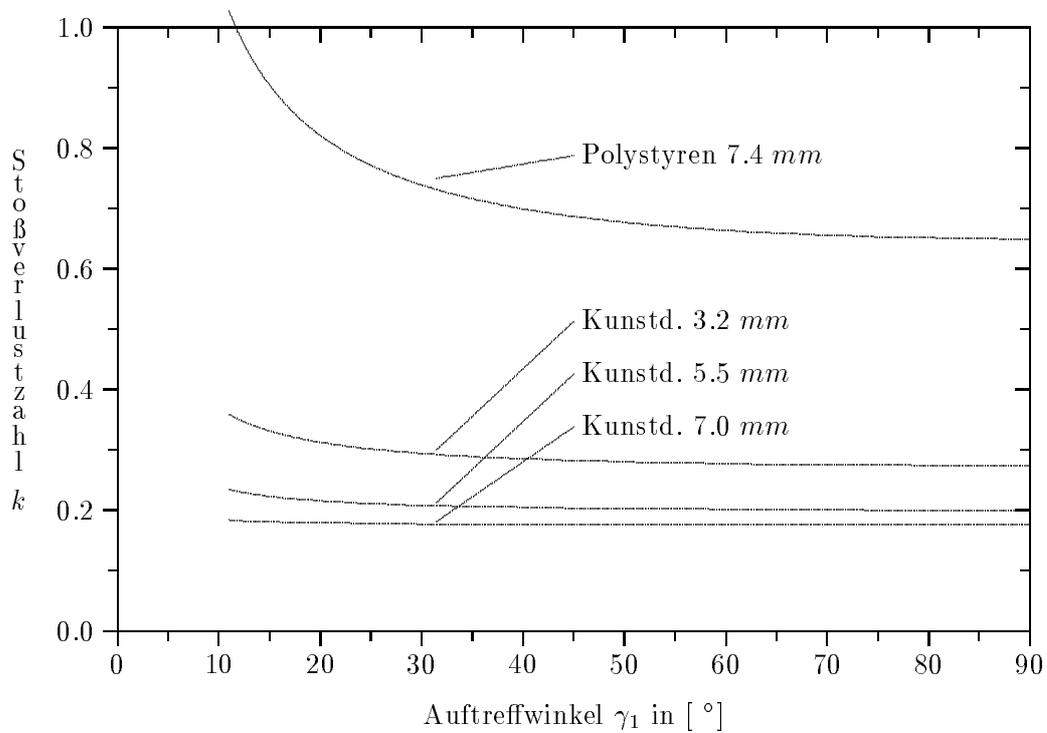


Abbildung 48: Abhängigkeit der Stoßverlustzahlen für Polystyren- und Kunstdüngerpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1

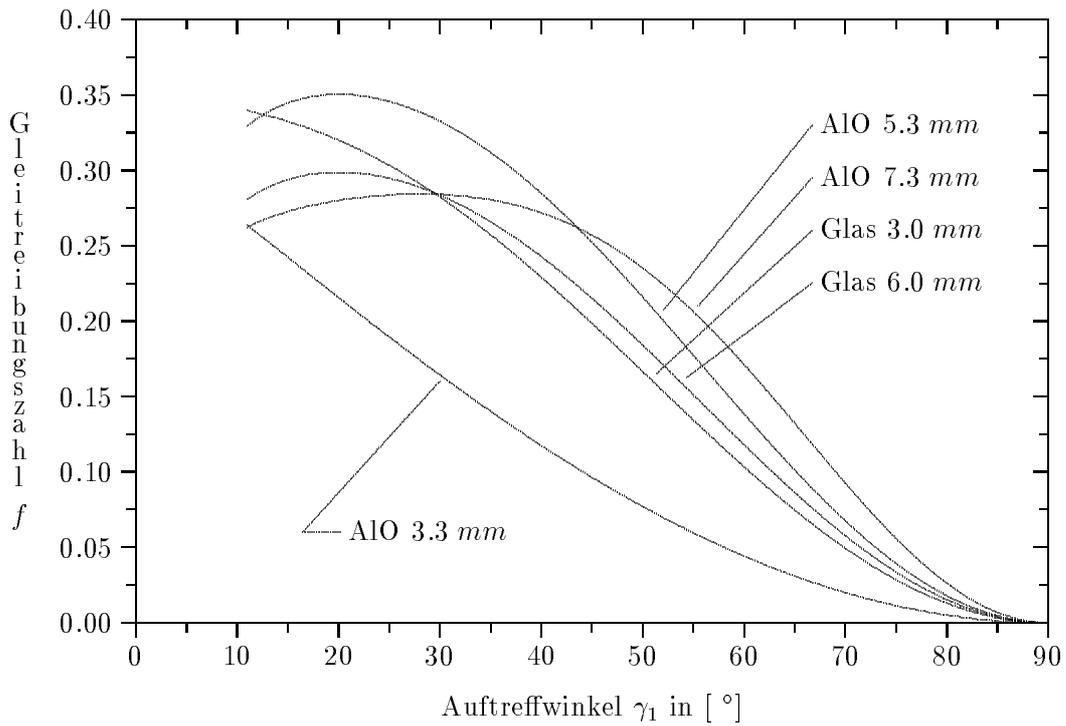


Abbildung 49: Abhängigkeit der Gleitreibungszahlen für Glas- und Aluminiumoxidpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1

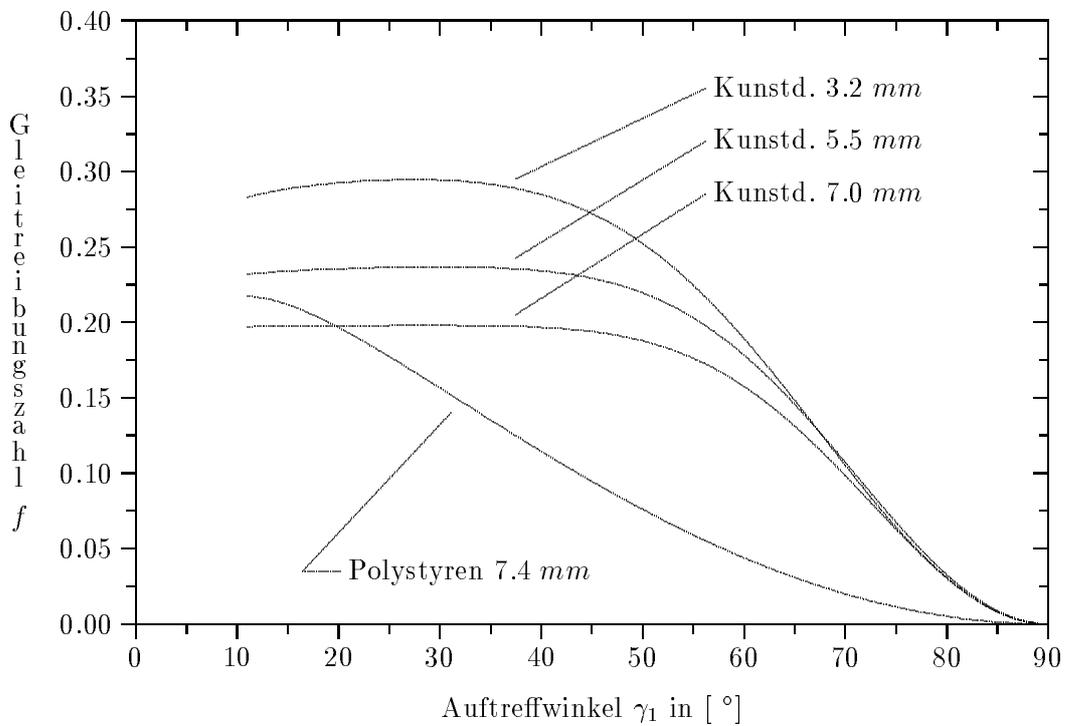


Abbildung 50: Abhängigkeit der Gleitreibungszahlen für Polystyren- und Kunstdüngerpartikeln vom Auftreffwinkel γ_1

B Approximationen für Stoßverlust- und Gleitreibungszahl nach Tabakoff

B.1 k - und f -Werte nach Hussein und Tabakoff [22]

Die Arbeiten der Gruppe um W. Tabakoff an der Universität von Cincinnati, USA gehen bis auf das Jahr 1971 zurück. Die experimentellen Untersuchungen zum Partikel-Wand-Stoßverhalten dienen vordringlich der Bereitstellung der Stoßcharakteristiken für unterschiedliche Materialkombinationen und verschiedene aerodynamische Bedingungen. Um die Resultate in numerischen Simulationen von Gas-Feststoff-Strömungen einsetzen zu können, werden die Partikel-Wand-Stoßcharakteristiken in Form von Approximationsgleichungen bezüglich des Auftreffwinkels der Partikel auf die Wandoberfläche dargestellt. Eine erste derartige Darstellung findet sich in [22] :

$$\frac{u_2}{u_1} = 0.95 + 0.00055\gamma_1 \quad (89)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1.0 - 0.02108\gamma_1 + 0.000141\gamma_1^2 \quad (90)$$

Die in Abb. 51 dargestellten Gleitreibungszahlen berechnen sich aus :

$$f = \frac{|1 - u_2/u_1|}{(1 + k) \tan \gamma_1} \quad (91)$$

Die in [22] für den Stoß von Quarzpartikeln mit $d_P = 200 \mu m$ auf Stahl verwendeten Stoßgleichungen weisen eine nur geringe Abhängigkeit des k -Wertes vom Auftreffwinkel auf. Das Abklingen der Gleitreibungszahl $f \rightarrow 0$ für $\gamma_1 \rightarrow 90^\circ$ sowie der Anstieg $k \rightarrow 1$ für $\gamma_1 \rightarrow 0$ ist für alle hier wiedergegebenen Approximationsgleichungen charakteristisch.

B.2 k - und f -Werte nach Grant und Tabakoff [19]

Im Zusammenhang mit Untersuchungen zur Erosion an Helikopter- und Flugzeugturbinen wird in [19] ein spezieller Erosionswindkanal vorgestellt, der unter anderem auch zur Untersuchung von Partikel-Wand-Stoßvorgängen verwendet wurde. Die Experimente umfaßten vier Meßreihen mit verschiedenen Auftreffwinkeln und Anströmgeschwindigkeiten für die Untersuchung des Stoßes von Quarzpartikeln mit $d_P = 200 \mu m$ und einem Aluminiumprallkörper. Die Partikel-Wand-Stoßcharakteristiken wurden mittels Hochgeschwindigkeitskinematographie ermittelt. Für $20^\circ \leq \gamma_1 \leq 90^\circ$ und eine Partikelgeschwindigkeit von $76 m/s$ bzw. $119 m/s$ wurden folgende Approximationsgleichungen ermittelt (siehe Abb. 52)⁷ :

$$\frac{u_2}{u_1} = 0.998 - 1.66\gamma_1 + 2.11\gamma_1^2 - 0.67\gamma_1^3 \quad (92)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 0.993 - 1.76\gamma_1 + 1.56\gamma_1^2 - 0.49\gamma_1^3 \quad (93)$$

Des weiteren enthält diese Arbeit von Grant und Tabakoff ähnliche Gleichungen für die Standardabweichungen der weitgehend gaussischen Verteilungen der Meßwerte für u_2/u_1 und v_2/v_1 . Für u_2/u_1 wurde eine stärkere Abhängigkeit von der Auftreffgeschwindigkeit der Partikel $|\vec{v}_1|$ festgestellt.

⁷Diese Beziehungen für u_2/u_1 und v_2/v_1 werden auch in der folgenden Arbeit zur Berechnung dreidimensionaler Partikeltrajektorien in Gasturbinen verwendet :
Kannappakasam B., Brown A. : Computer Predictions of Three-Dimensional Particle Trajectories in Gas Turbines. Int. J. Heat & Fluid Flow (1987), Vol. 8, No. 3, pp. 195-204.

B.3 k - und f -Werte nach Beacher, Tabakoff und Hamed [2]

In [2] sind Approximationsgleichungen enthalten, die aus Meßergebnissen für den Stoß von stark erosiven Quarz- und Aluminiumpartikeln mit Oberflächen aus Stahl, Titan und Aluminium bei hohen Partikelgeschwindigkeiten abgeleitet wurden⁸. Mit deren Hilfe soll das Partikel-Wand-Stoßverhalten von Flugaschepartikeln in numerischen Simulationen berücksichtigt werden :

$$\frac{u_2}{u_1} = 1.0 - 2.12\gamma_1 + 3.0775\gamma_1^2 - 1.1\gamma_1^3 \quad (94)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1.0 - 0.41598\gamma_1 - 0.4994\gamma_1^2 + 0.292\gamma_1^3 \quad (95)$$

Die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen sind in Abb. 53 dargestellt.

B.4 k - und f -Werte nach Tabakoff [75]

In diesem Übersichtsartikel berichtet Tabakoff über Messungen an Partikel-Wand-Stoßvorgängen mittels Laser-Doppler-Anemometrie. Tabakoff betont, daß das Stoßverhalten von stark beschleunigten Partikeln an metallischen Oberflächen nur statistisch beschrieben werden kann. Die starke Streuung der Meßwerte wird auf die Veränderungen der Targetoberfläche während der Versuchsdauer und auf die unterschiedliche Orientierung der unregelmäßig geformten Quarzteilchen zurückgeführt. Für Quarzteilchen mit $d_P = 200 \mu m$ und eine Aluminium-2024-Prallplatte gibt Tabakoff folgende Näherungen für die Stoßcharakteristiken an :

$$\frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} = 1.0 - 2.03\gamma_1 + 3.32\gamma_1^2 - 2.24\gamma_1^3 + 0.472\gamma_1^4 \quad (96)$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = 1.0 + 0.409\gamma_1 - 2.52\gamma_1^2 + 2.19\gamma_1^3 - 0.531\gamma_1^4 \quad (97)$$

Die in Abb. 54 dargestellten Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen lassen sich aus diesen Kenngrößen wie folgt berechnen :

$$k = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} \frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} \quad (98)$$

$$f = \frac{1}{(1+k) \tan \gamma_1} \left| 1 - \frac{\cos \gamma_2}{\cos \gamma_1} \frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} \right| \quad (99)$$

B.5 k - und f -Werte nach Tabakoff und Hamed [76]

Die von Tabakoff und Hamed in [76] verwendeten Approximationsgleichungen für den Stoß von Flugaschepartikeln der Kingston-Kohle mit Stahl-410-Oberflächen weisen gegenüber früheren experimentellen Ergebnissen ein verändertes Verhalten der Gleitreibungszahl für geringe Auftreffwinkel auf :

$$\frac{|\vec{v}_2|}{|\vec{v}_1|} = 1.0 - 0.90847\gamma_1 + 0.3072\gamma_1^2 + 0.05695\gamma_1^3 \quad (100)$$

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = 1.0 - 0.38746\gamma_1 - 0.51442\gamma_1^2 + 0.45094\gamma_1^3 \quad (101)$$

Die abgeleiteten Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen sind in Abb. 55 dargestellt.

⁸Diese Beziehung für die Stoßcharakteristiken wurden im Zusammenhang mit Untersuchungen zur Erosion an Turbomaschinen auch in den folgenden Arbeiten verwendet :

Menguturk M., Gunes D., Erten M., Sverdrup E.F. : Multistage Turbine Erosion. Trans. ASME, J. of Turbomachinery (1986), Vol. 108, pp. 290-297.

Elfeki S., Tabakoff W. : Erosion Study of Radial Flow Compressor with Splitters. Trans. ASME, J. of Turbomachinery (1987), Vol. 109, pp. 62-69.

B.6 k - und f -Werte nach Tabakoff und Malak [77]

Diese Arbeit von Tabakoff und Malak [77] beschreibt ausführlich den Versuchsaufbau und die verwendete LDA-Meßtechnik, die zur Bestimmung von Stoßcharakteristiken verwendet wurde. Zum Einsatz kommt der bereits aus früheren Arbeiten bekannte Erosionswindkanal an der Universität von Cincinnati, USA. Zur Messung der Partikelgeschwindigkeiten wird ein 2-Komponenten-LDA-System benutzt, daß auf der Grundlage eines zweifarbigem 5-Watt-Argon-Ion-Lasers in Rückstreuung betrieben wird. Die Geschwindigkeiten der auftreffenden Partikeln werden an vier Meßstellen im Abstand von jeweils 5 mm oberhalb des Prallkörpers erfaßt. Die Messung der Geschwindigkeiten der reflektierten Partikeln erfolgte an vier Meßstellen, die in einer Meßebeine im Abstand von 2 mm parallel zur Prallkörperoberfläche angeordnet waren. Mit dieser Versuchsanordnung werden in [77] Untersuchungen zum Partikel-Wand-Stoß von Flugascheteilchen mit $d_P \leq 15 \mu\text{m}$ mit einer Stahloberfläche durchgeführt. Die mittlere Auftreffgeschwindigkeit $|\vec{v}_1|$ betrug 98 m/s, die Auftreffwinkel wurden in einem Bereich von $15^\circ \leq \gamma_1 \leq 75^\circ$ variiert. Tabakoff und Malak fassen die Ergebnisse wie folgt zusammen (siehe Abb. 56) :

$$\frac{u_2}{u_1} = 0.97903 + 0.15987\gamma_1 - 2.14461\gamma_1^2 + 1.74705\gamma_1^3 \quad (102)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1.07474 - 1.19738\gamma_1 + 0.16584\gamma_1^2 + 0.27733\gamma_1^3 \quad (103)$$

[77] enthält darüber hinaus noch die Häufigkeitsverteilungen der Meßwerte, die für $\gamma_1 \rightarrow 0$ eine große Anzahl von Messungen der Stoßverlustzahl mit $k > 1$ erkennen lassen. Die gegenüber den Messungen für Quarzpartikeln mit $d_P = 200 \mu\text{m}$ deutlich geringeren Gleitreibungszahlen für geringere Auftreffwinkel γ_1 sind im wesentlichen auf die geringeren Partikeldurchmesser der Flugasche zurückzuführen.

B.7 k - und f -Werte nach Tabakoff und Hamed [78]

Einen ähnlichen Verlauf zeigen die Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen, die in [78] für den Stoß von Flugascheteilchen mit RENE-41-Prallkörpern angegeben sind :

$$\frac{u_2}{u_1} = 1.01029 - 1.34759\gamma_1 + 4.59474\gamma_1^2 - 6.56109\gamma_1^3 + 3.05952\gamma_1^4 \quad (104)$$

$$\frac{v_2}{v_1} = 1.00577 - 1.78169\gamma_1 + 2.88518\gamma_1^2 - 2.49243\gamma_1^3 + 0.76224\gamma_1^4 \quad (105)$$

Die Bestimmung dieser Stoßcharakteristiken erfolgte ebenfalls mittels Laser-Doppler-Anemometrie in einem Erosionswindkanal. Die entsprechenden Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen sind in Abb. 57 dargestellt.

B.8 Zusammenfassung

Die hier dargestellten experimentellen Ergebnisse zeigen für die von der Forschungsgruppe um W. Tabakoff bevorzugten Versuchsbedingungen eine deutliche Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel der Partikel auf die Wandoberfläche. Des weiteren ist eine Veränderung dieser Abhängigkeiten bei Änderung des Partikeldurchmessers erkennbar, die sich vor allem in den verringerten Gleitreibungszahlen für kleinere Partikeln widerspiegelt. Die von Tabakoff und anderen Autoren verwendeten Approximationsgleichungen erscheinen als ein geeignetes Mittel zur Darstellung der Stoßcharakteristiken für die jeweilige Kombination von Partikel- und Wandmaterial, solange die strömungsmechanischen Randbedingungen nicht wesentlich verändert werden.

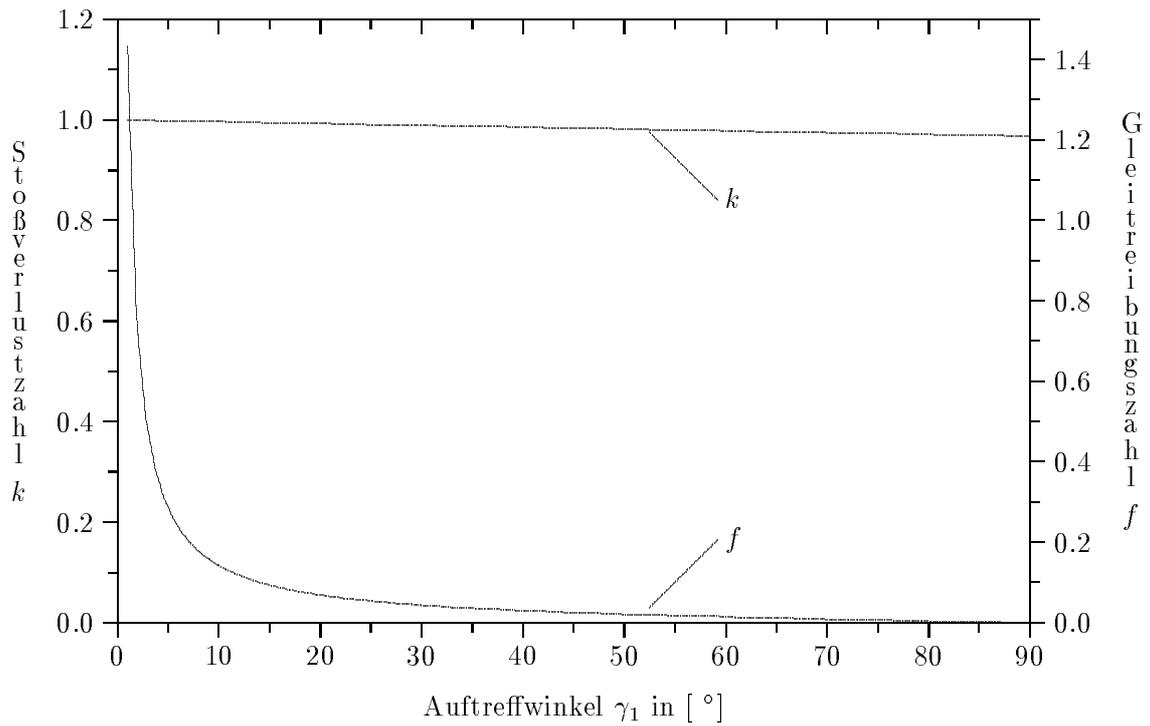


Abbildung 51: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [22]

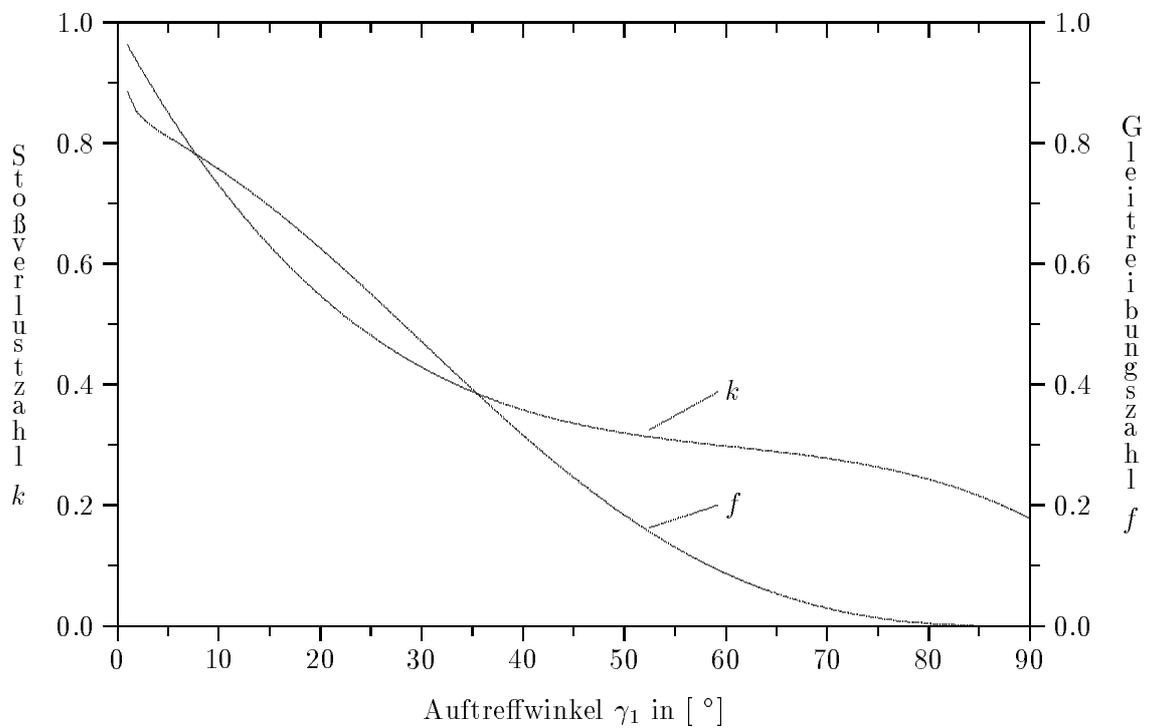


Abbildung 52: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [19]

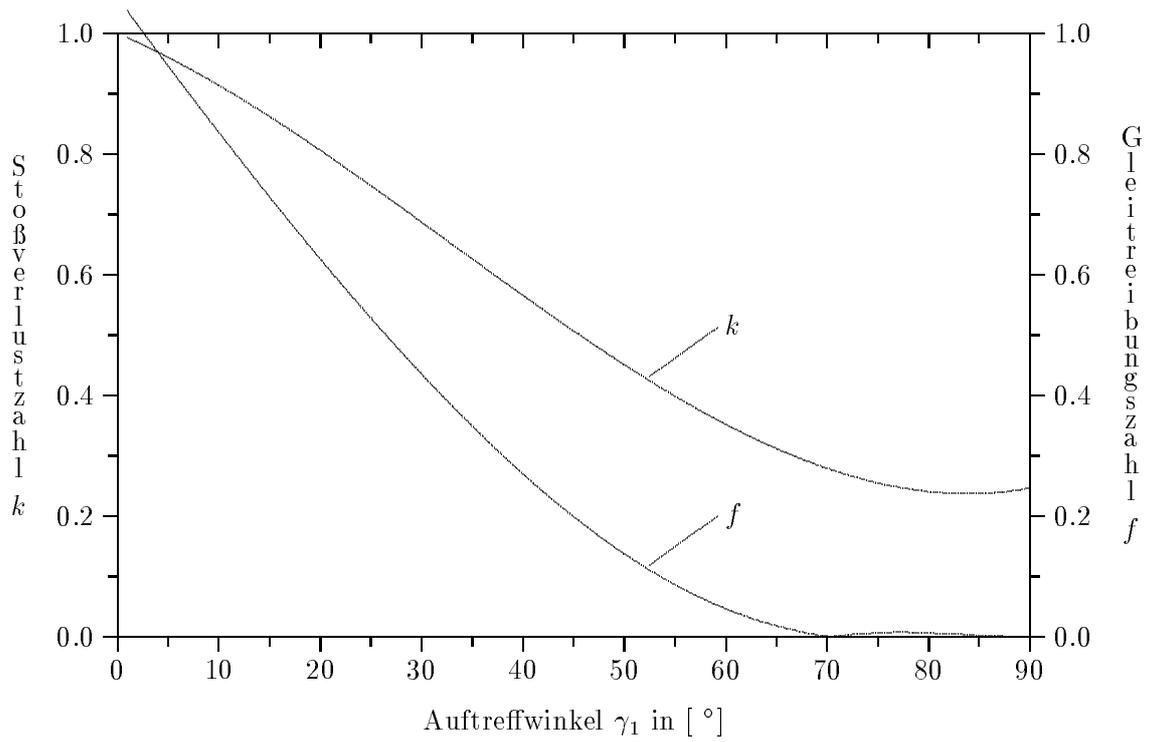


Abbildung 53: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [2]

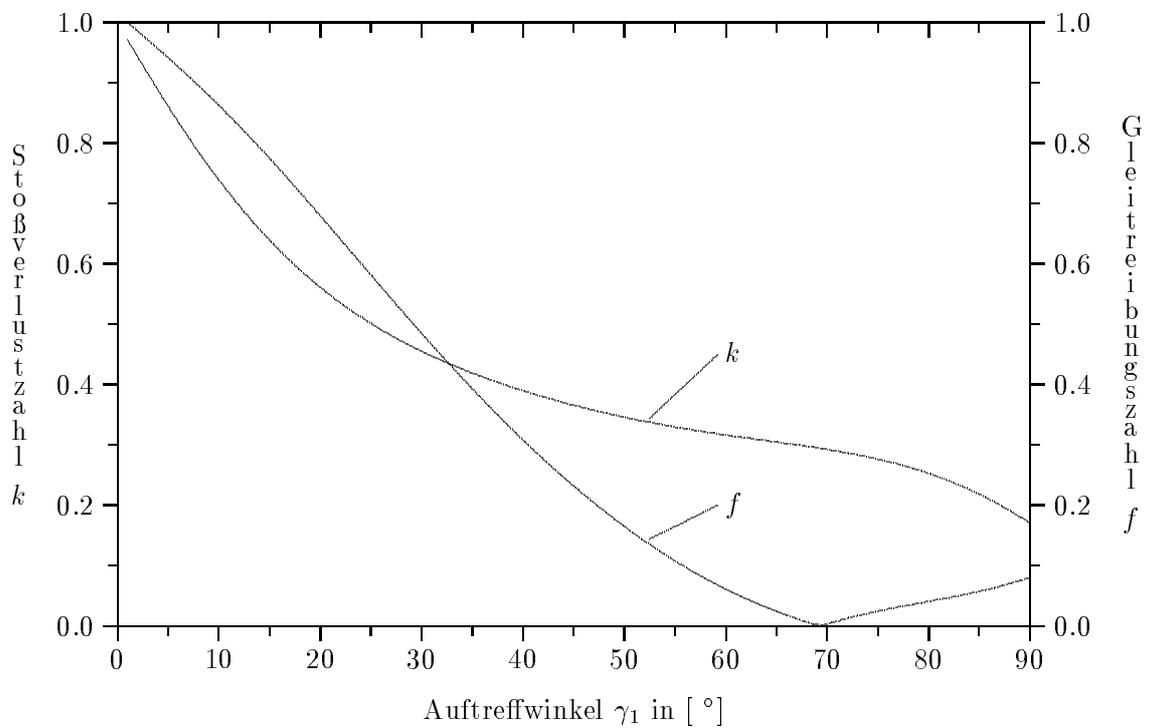


Abbildung 54: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [75]

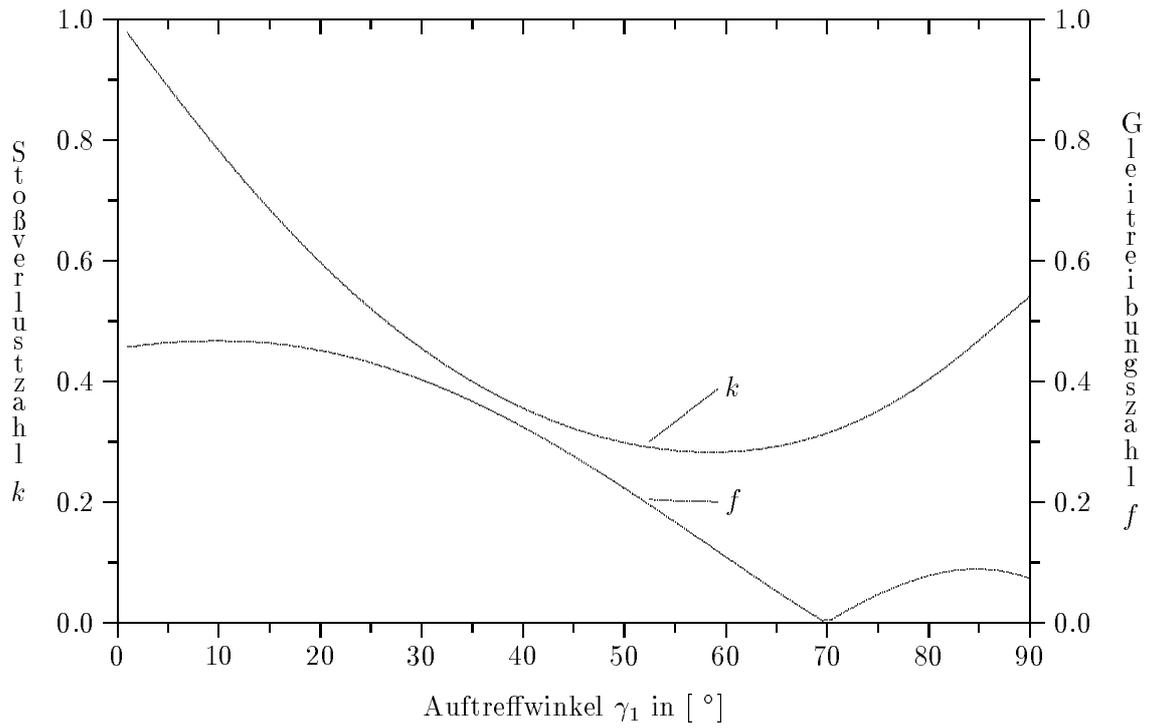


Abbildung 55: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [76]

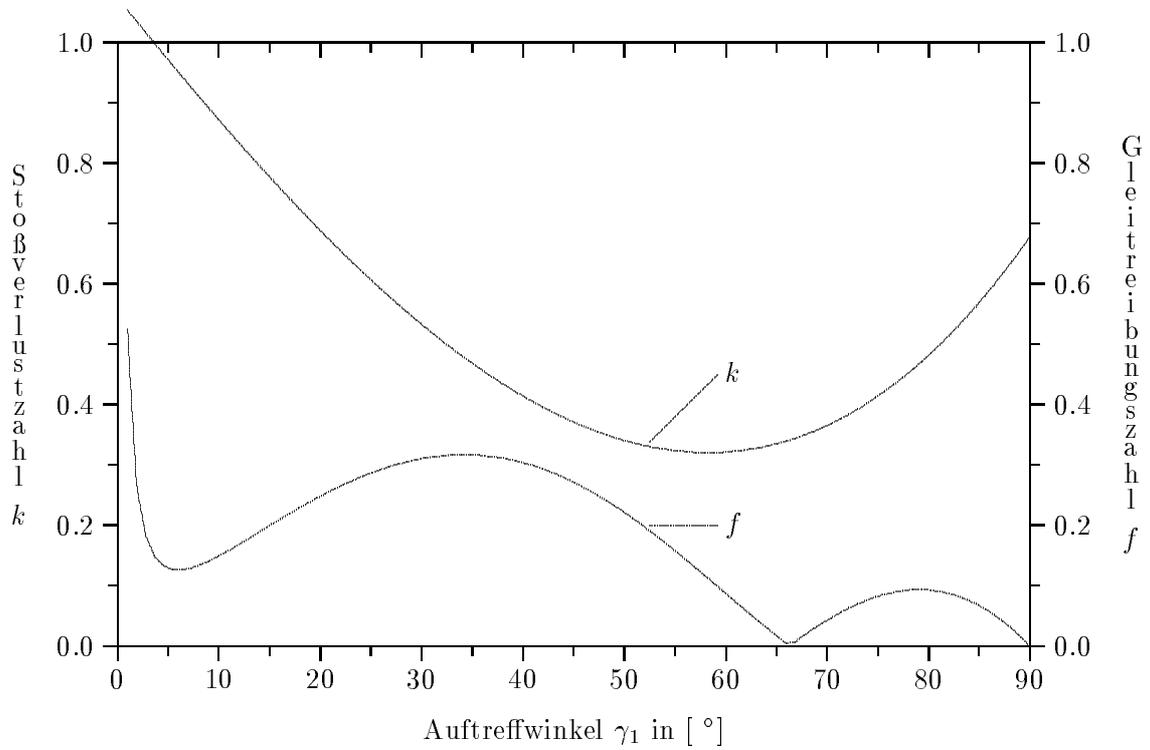


Abbildung 56: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [77]

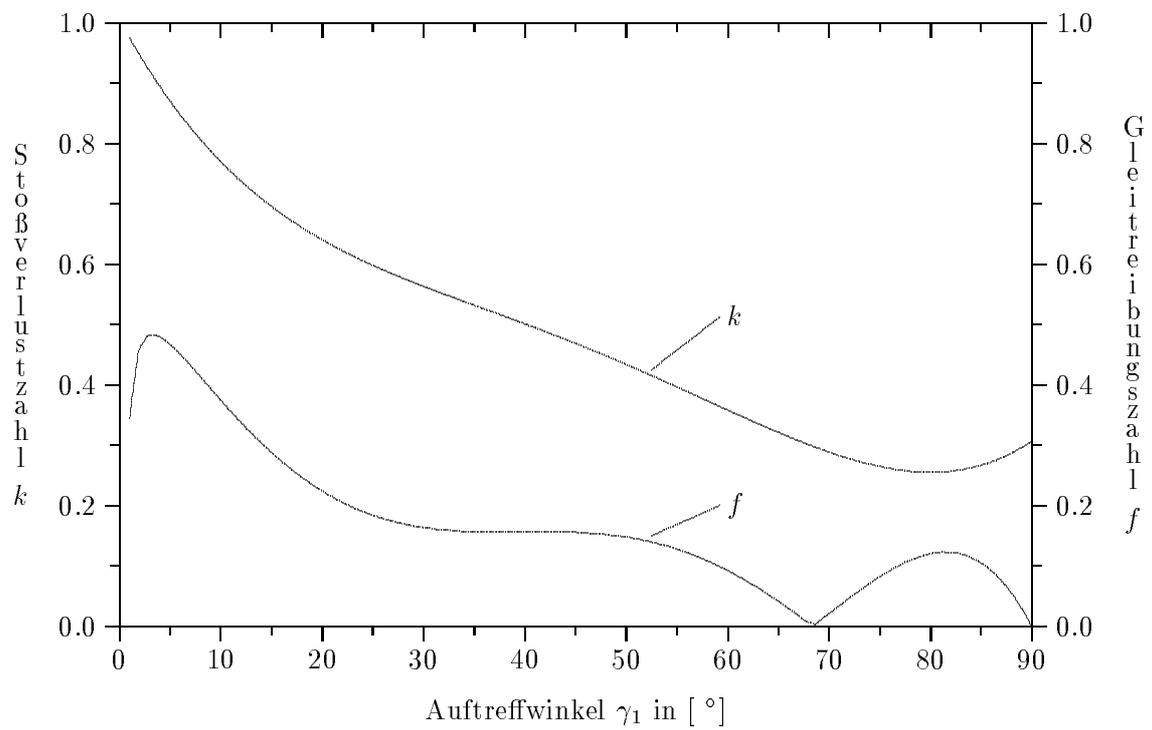


Abbildung 57: Abhängigkeit der Stoßverlust- und Gleitreibungszahlen vom Auftreffwinkel γ_1 nach [78]

C Grafische Darstellung der Geschwindigkeitsprofile für die numerischen Simulationsversuche

C.1 Die Simulationsversuche A–F

In Ergänzung zu den in Abschnitt 6.3.3 diskutierten Profilen der mittleren Partikelgeschwindigkeiten für die Versuchsbedingungen A–F sind hier für jeden der numerischen Simulationsversuche die Geschwindigkeitswerte der 200 berechneten Trajektorien von Einzelpartikeln bei $x/H = 64.5$ ($x = 3.55$ m) grafisch dargestellt. Die numerisch berechneten Partikelgeschwindigkeiten sind in den Abb. 58–75 mit (\diamond) aufgetragen, das aus diesen Werten abgeleitete Regressionspolynom ist durch die mit (—) markierte Kurve wiedergegeben, während zum Vergleich die Meßwerte der entsprechenden Partikelgeschwindigkeitsmessung durch die mit (—•—•—•—) markierte Kurve dargestellt werden. Im Gegensatz zu den Abb. 25–30 aus Abschnitt 6.3.3 enthalten die folgenden Abbildungen 58–75 eine zusätzliche Information über die repräsentative Wiedergabe der einzelnen Partikelgeschwindigkeitswerte durch das abgeleitete Regressionspolynom und gestatten eine qualitative Einschätzung der Partikelkonzentrationsverteilung über der vertikalen Koordinate.

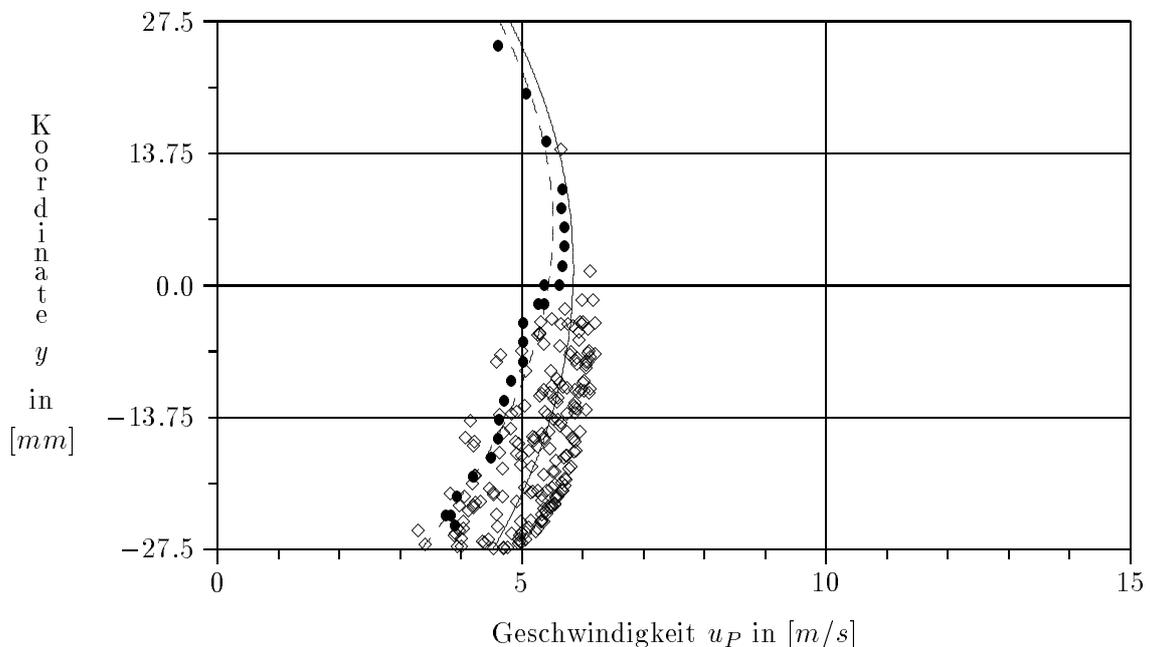


Abbildung 58: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen A.1

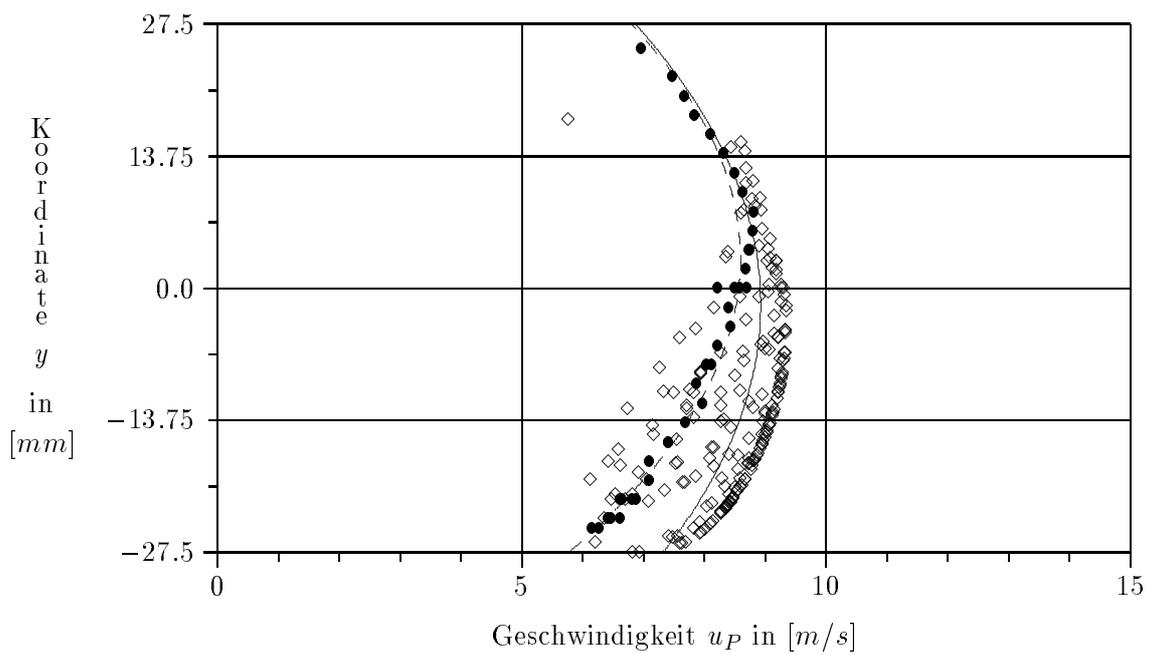


Abbildung 59: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **A.2**

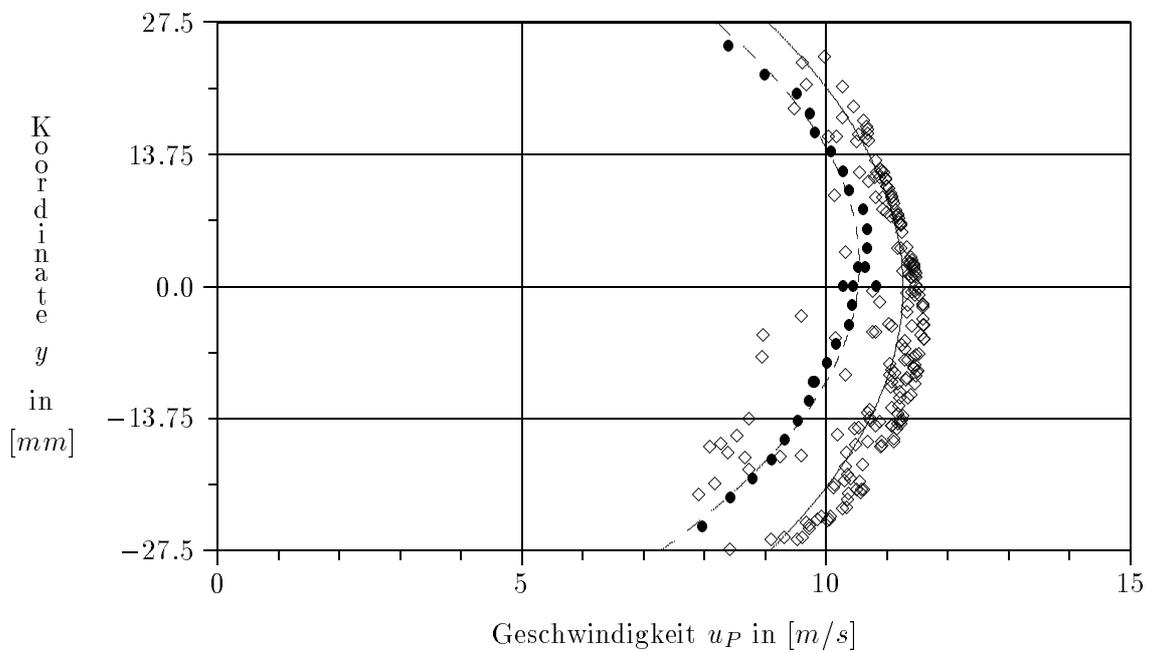


Abbildung 60: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **A.3**

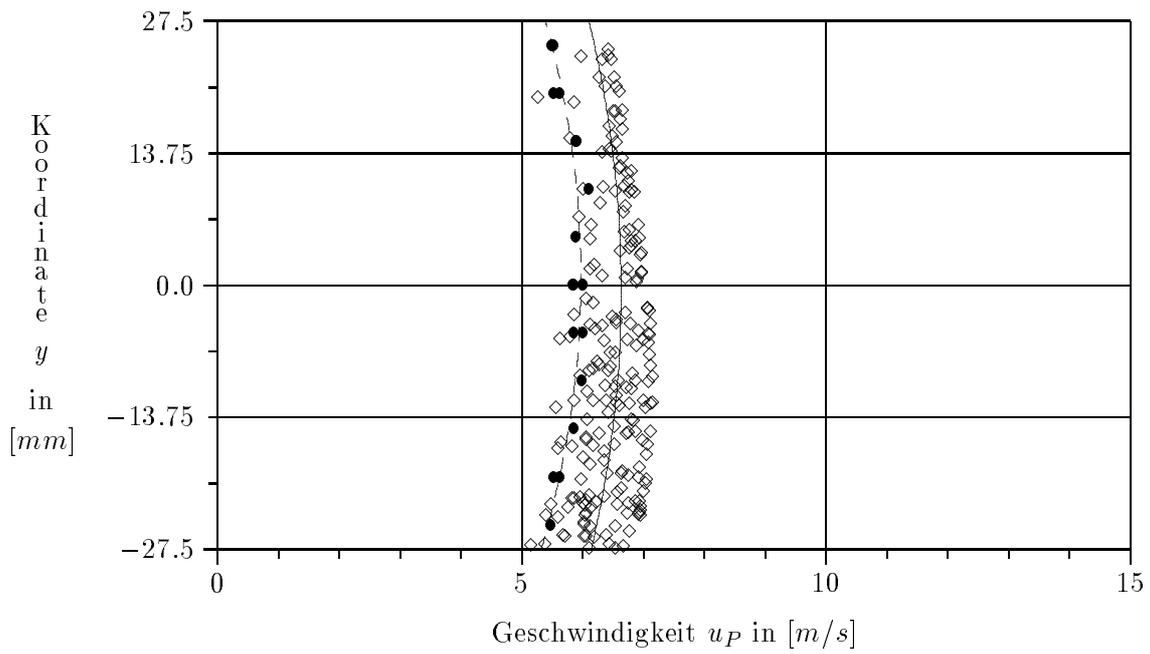


Abbildung 61: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **B.1**

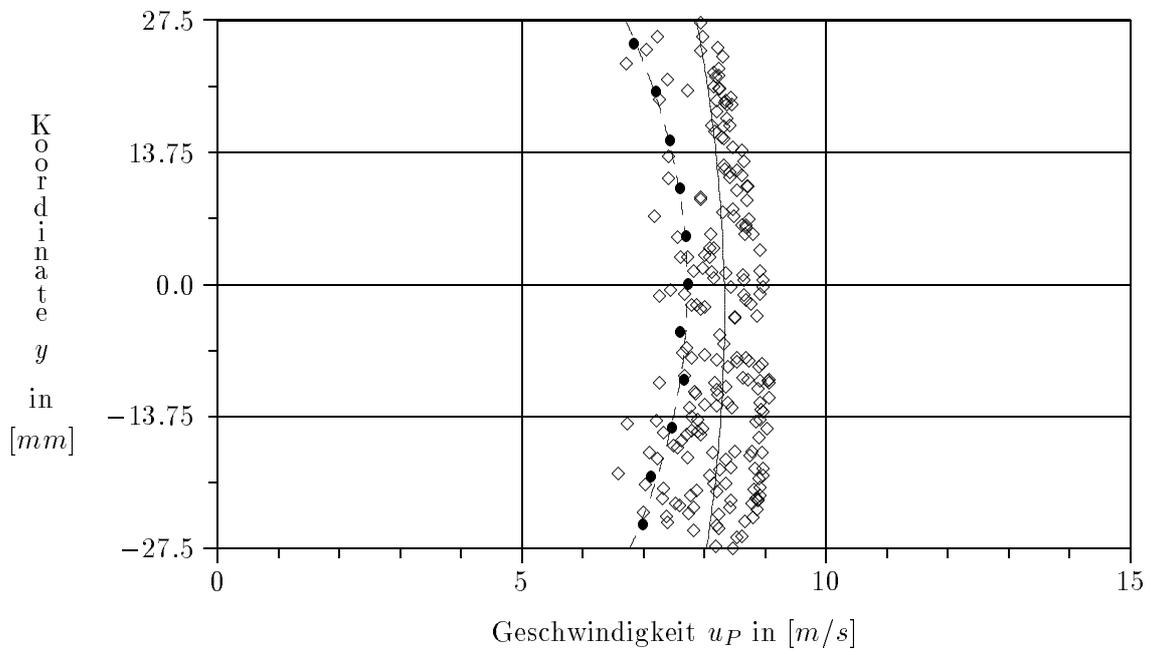


Abbildung 62: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **B.2**

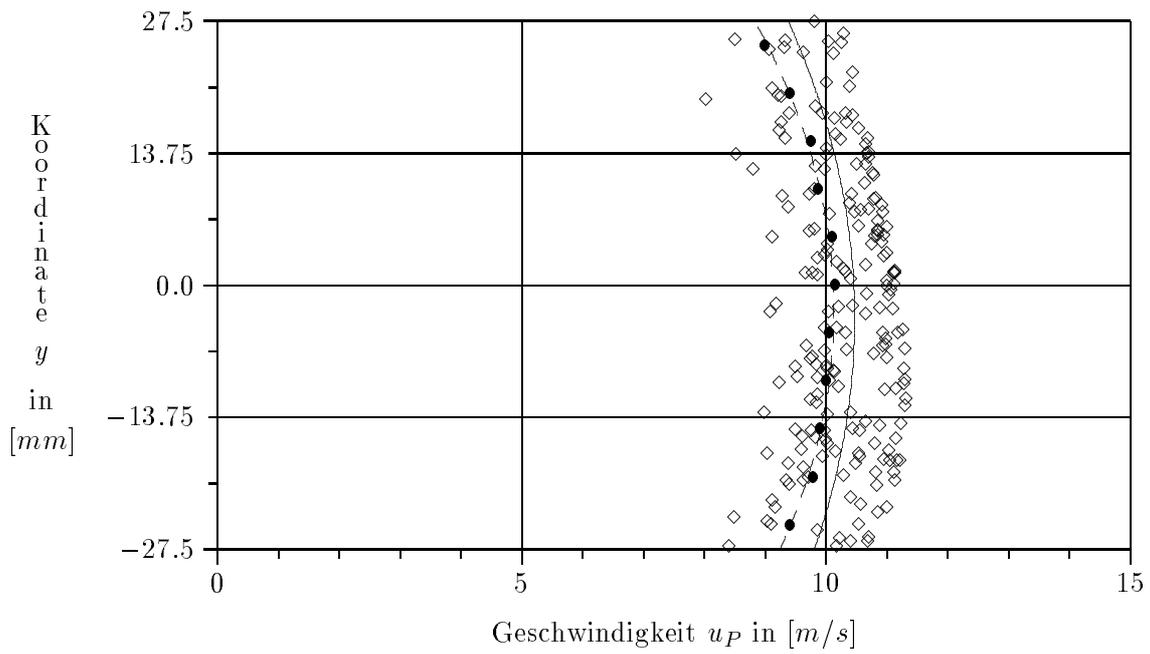


Abbildung 63: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **B.3**

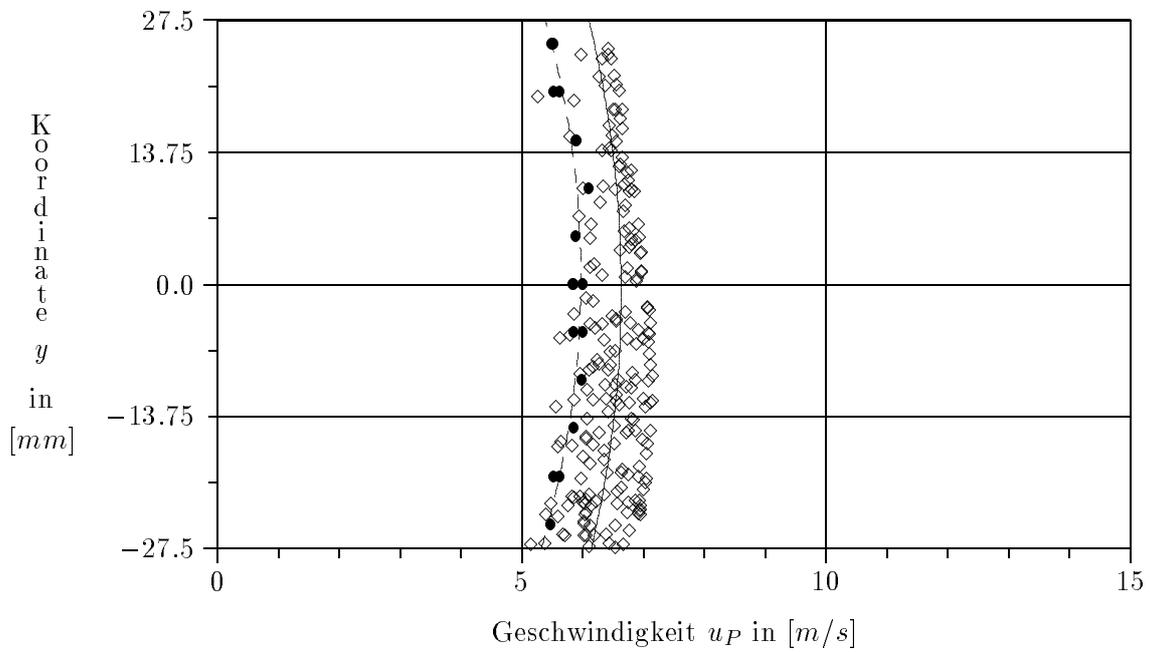


Abbildung 64: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **C.1**

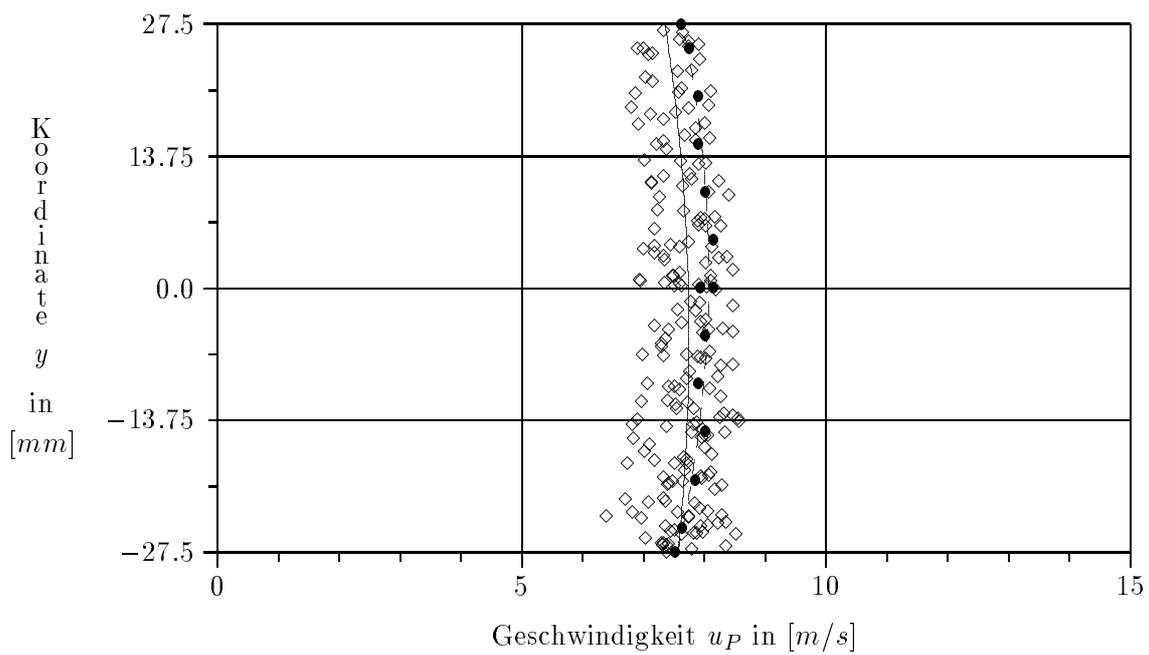


Abbildung 65: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **C.2**

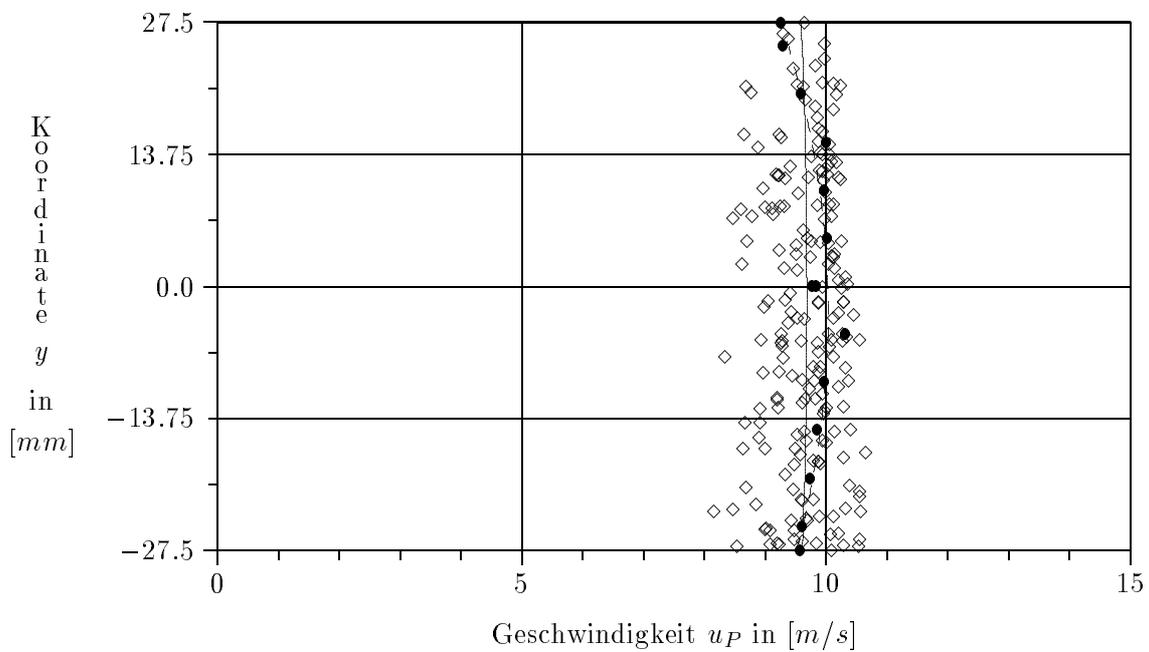


Abbildung 66: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **C.3**

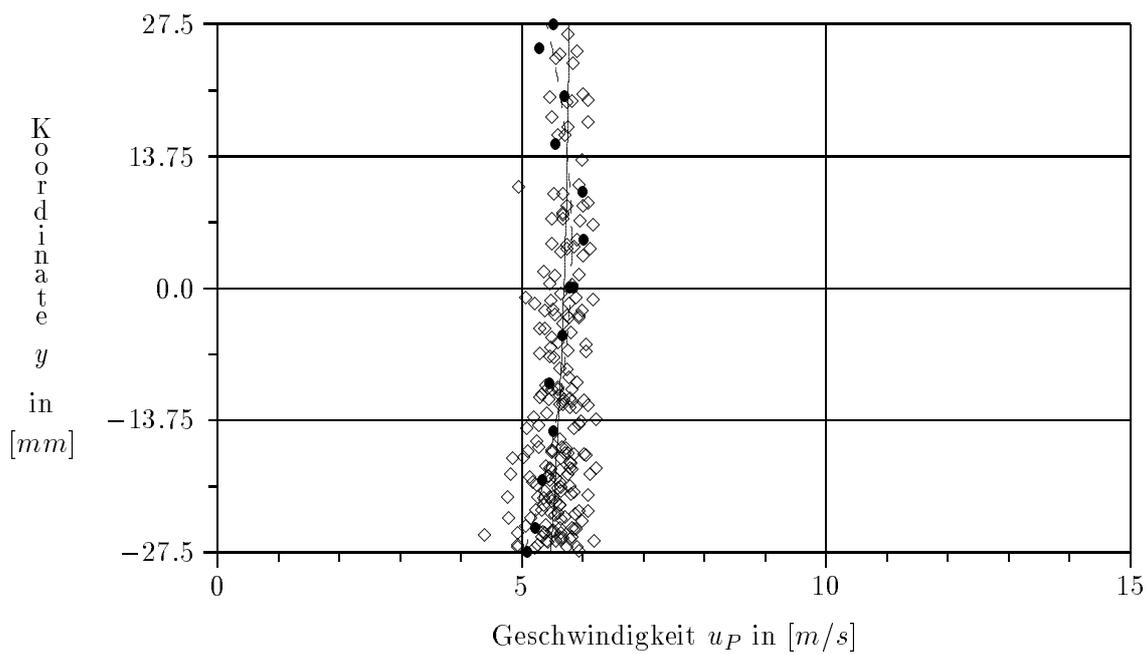


Abbildung 67: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **D.1**

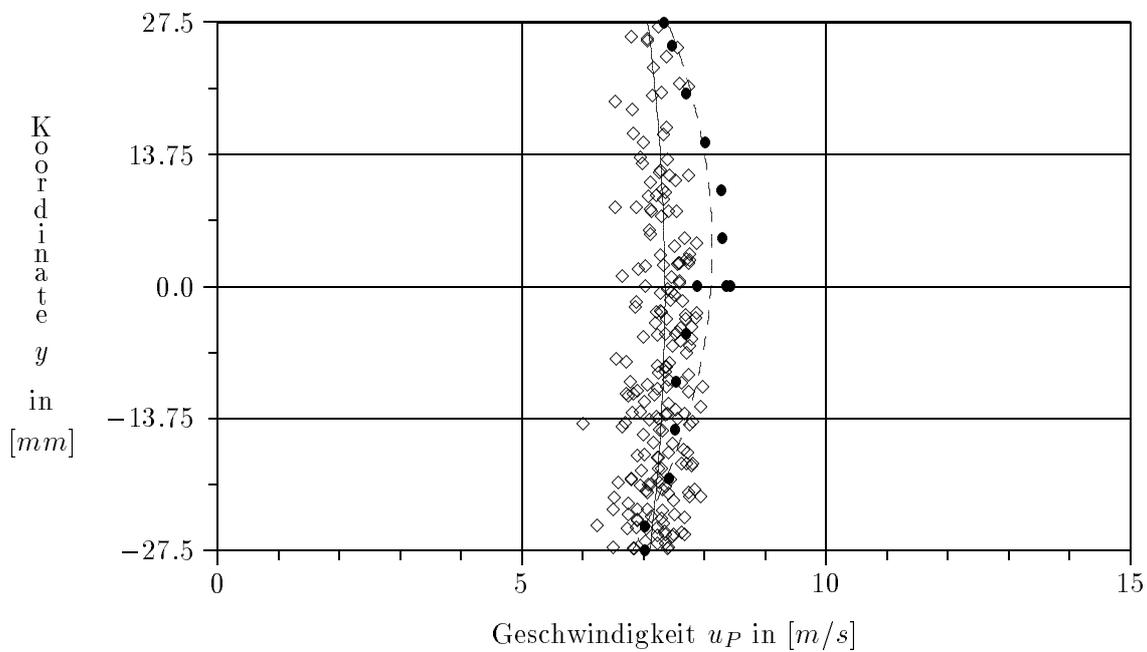


Abbildung 68: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **D.2**

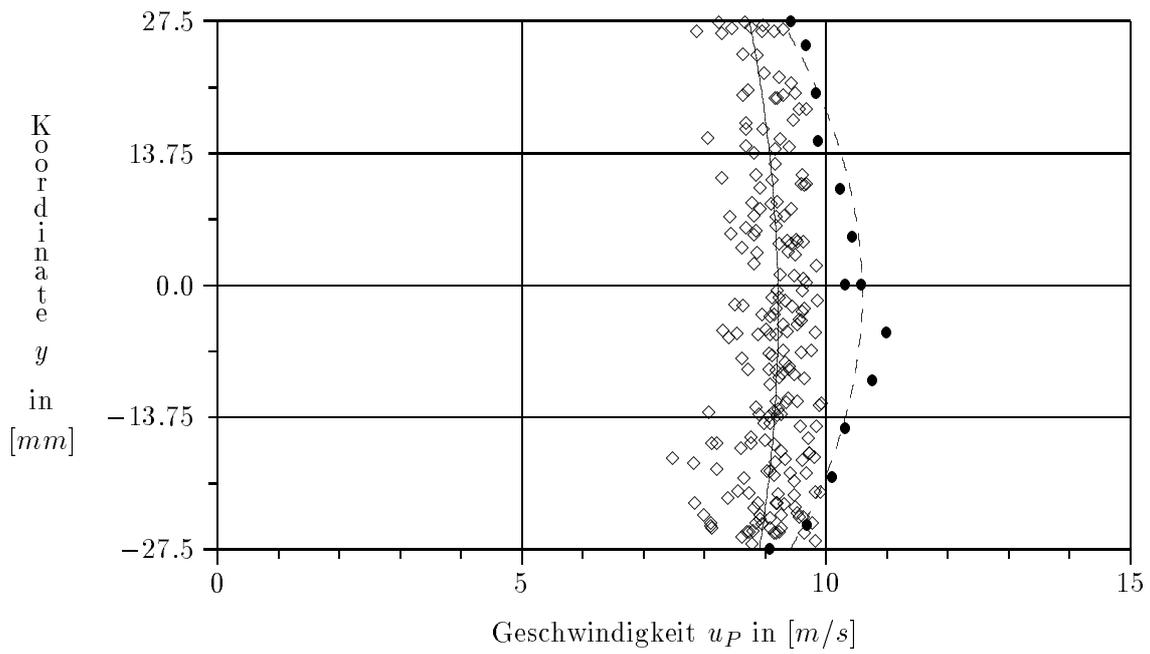


Abbildung 69: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **D.3**

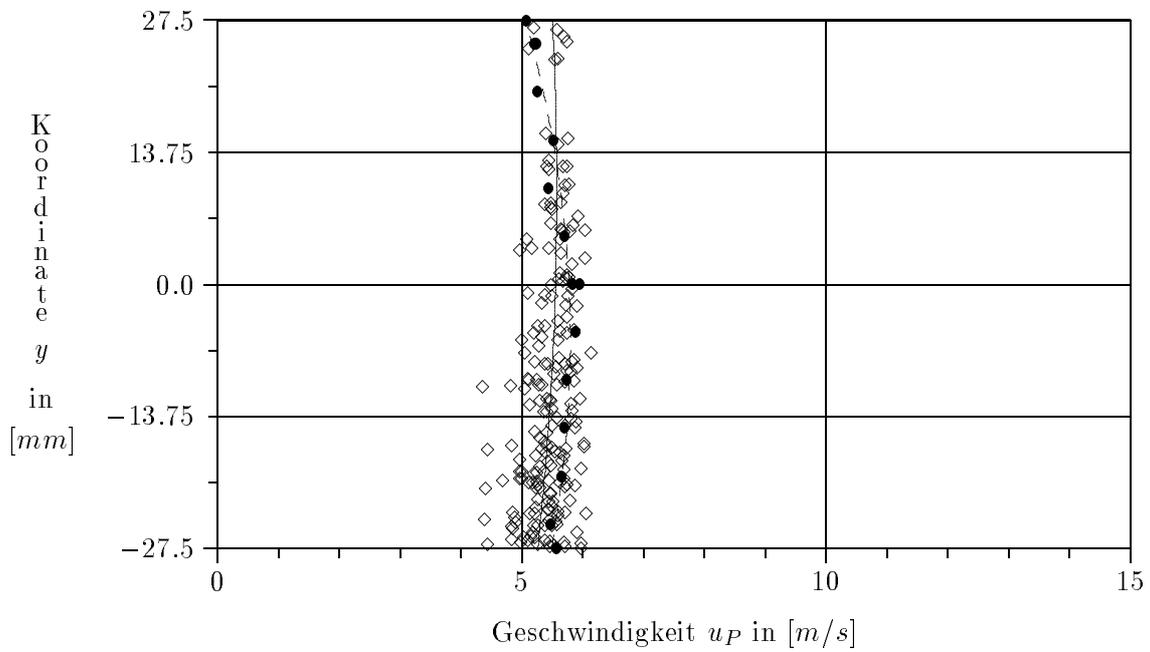


Abbildung 70: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E.1**

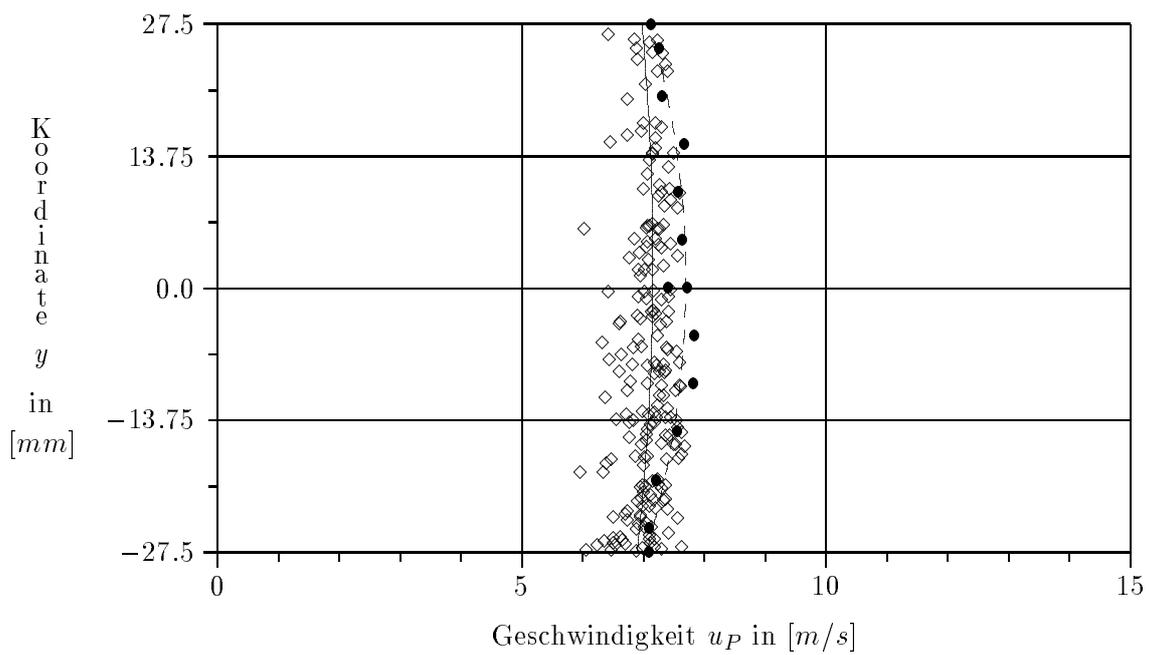


Abbildung 71: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E.2**

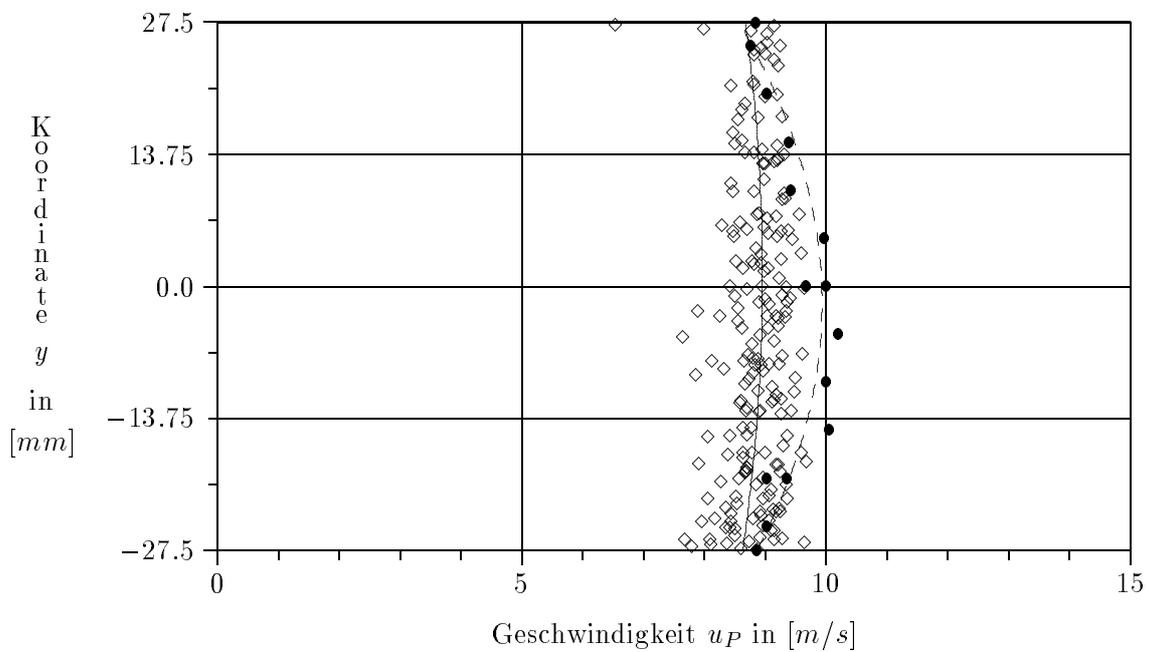


Abbildung 72: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E.3**

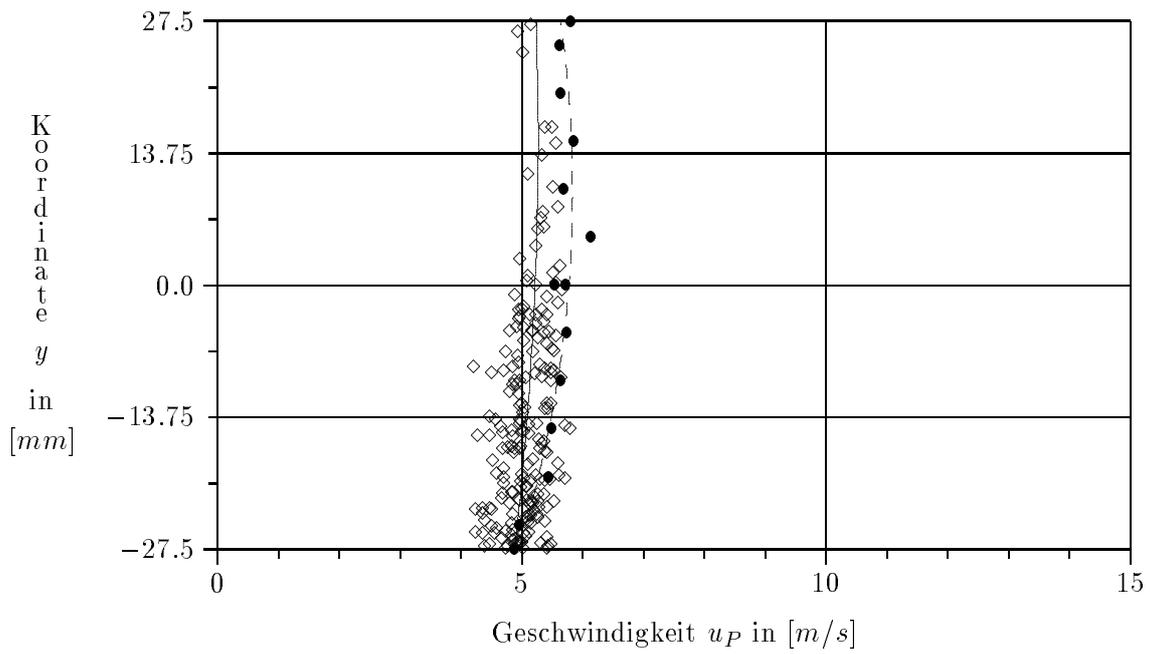


Abbildung 73: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F.1**

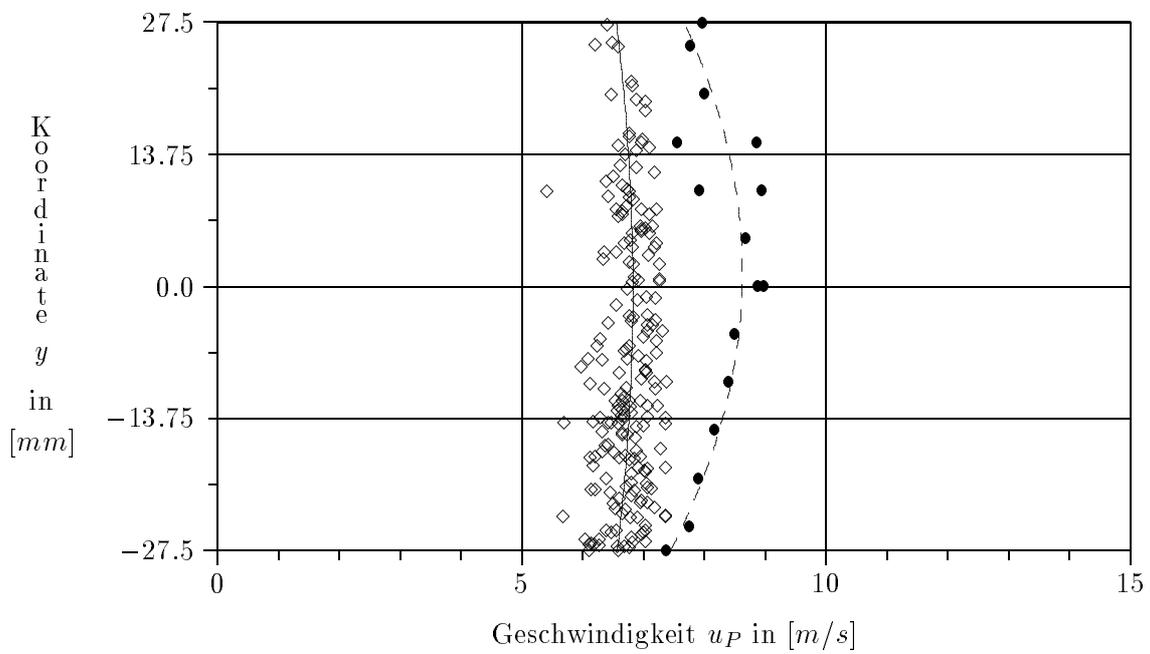


Abbildung 74: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F.2**

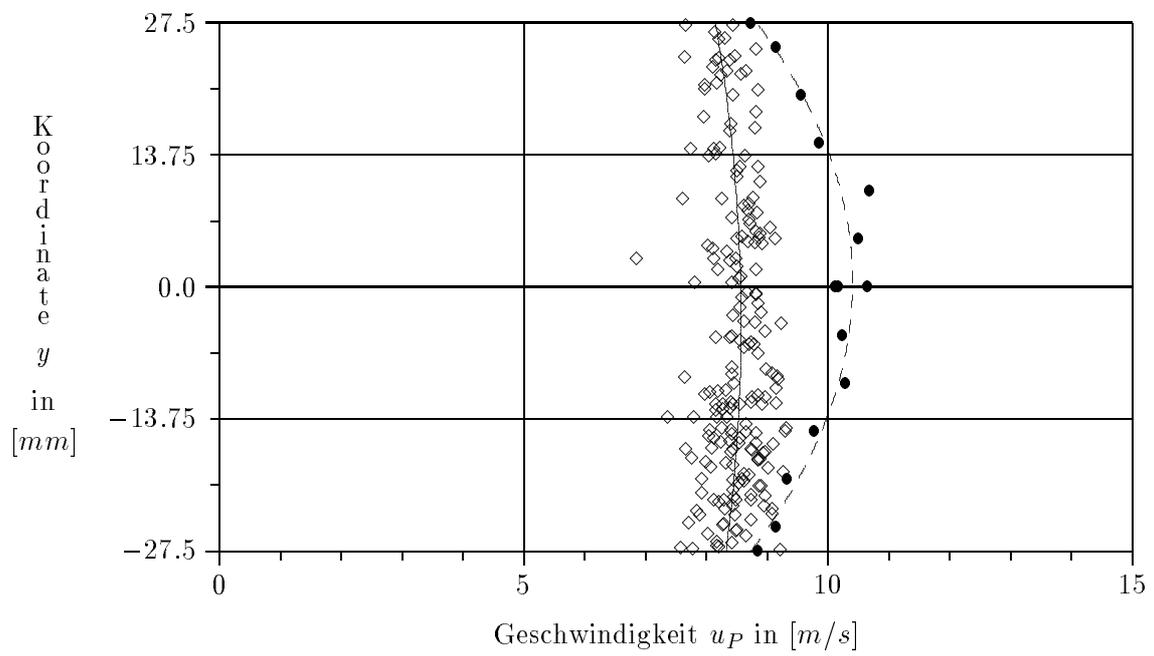


Abbildung 75: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F.3**

C.2 Die Simulationsversuche $\mathbf{D-F}$ '

Aus den in Abschnitt 6.3.3.2 dargestellten Gründen, wurde für die Feststofffraktionen $\mathbf{D-F}$ eine zweite Serie von numerischen Simulationsversuchen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Simulationsversuche unter den modifizierten Versuchsbedingungen $\mathbf{D-F}$ ' sind in den folgenden Abb. 76–84 im einzelnen dargestellt, wobei die berechneten Partikelgeschwindigkeiten mit (\diamond) aufgetragen sind und das aus diesen Werten abgeleitete Regressionspolynom durch die mit (—) markierte Kurve wiedergegeben ist. Zum Vergleich sind die Meßwerte der Versuche $\mathbf{D-F}$ mit (—•—•—) und die numerischen Ergebnisse der Simulationsversuche $\mathbf{D-F}$ mit (·····) dargestellt.

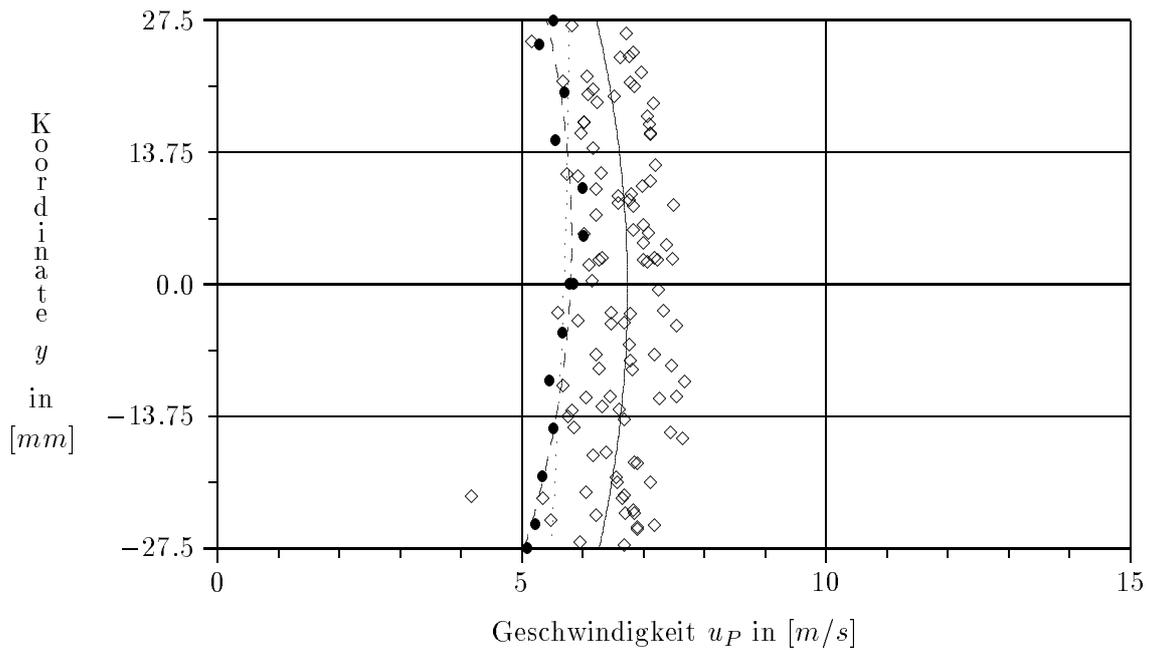


Abbildung 76: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen $\mathbf{D'.1}$

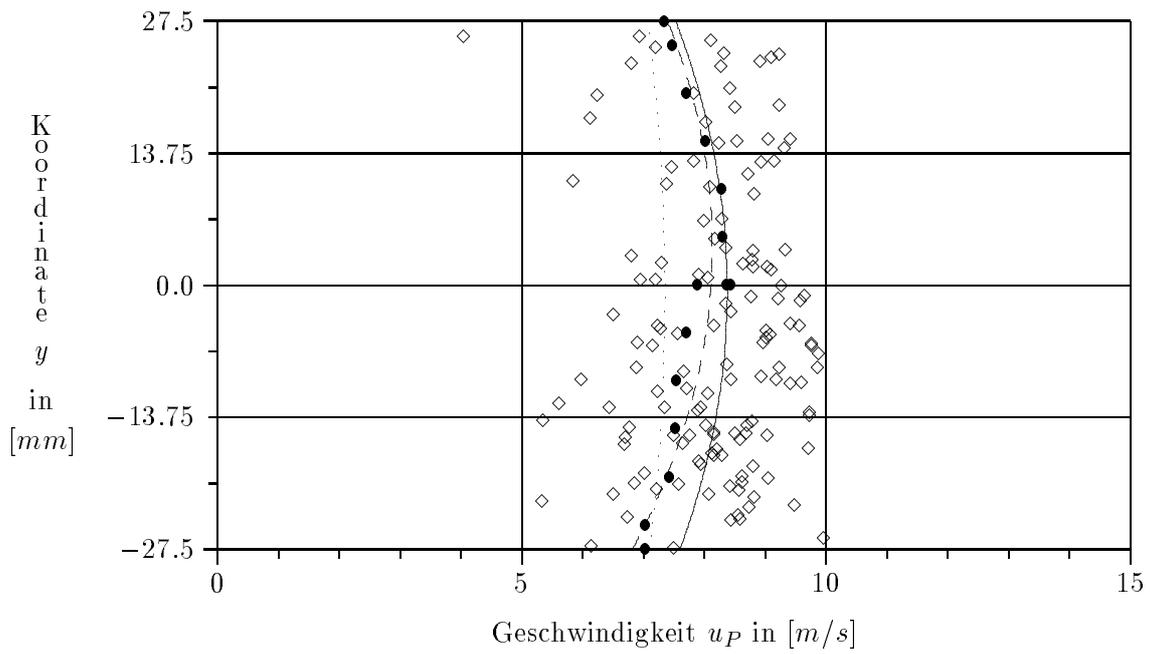


Abbildung 77: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **D'.2**

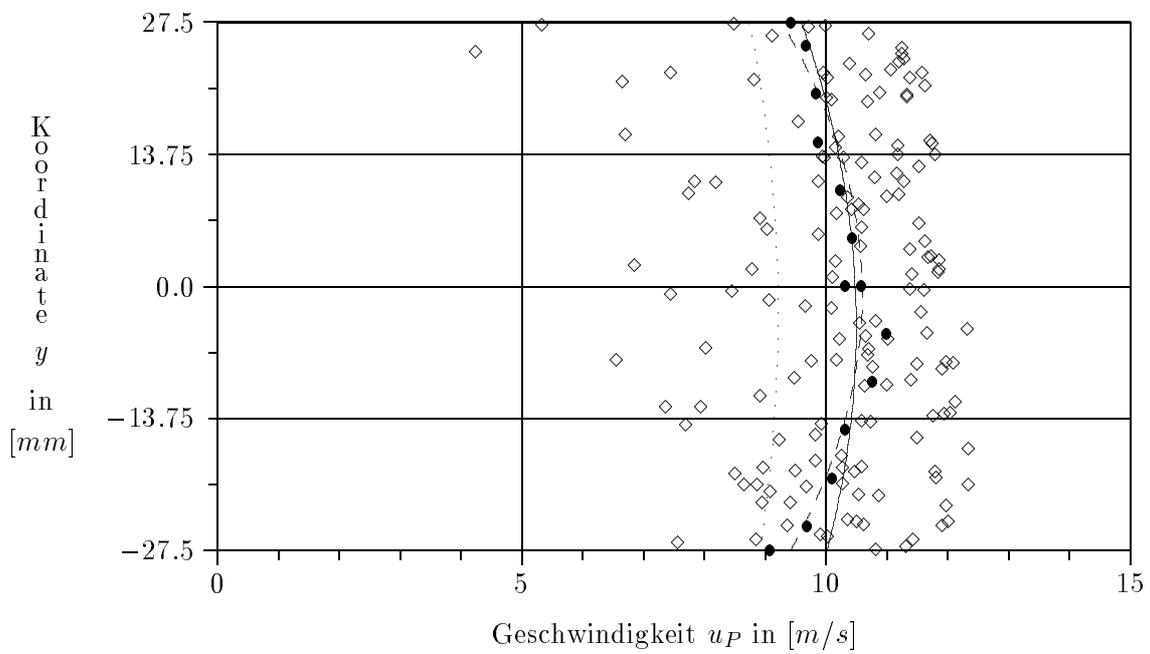


Abbildung 78: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **D'.3**

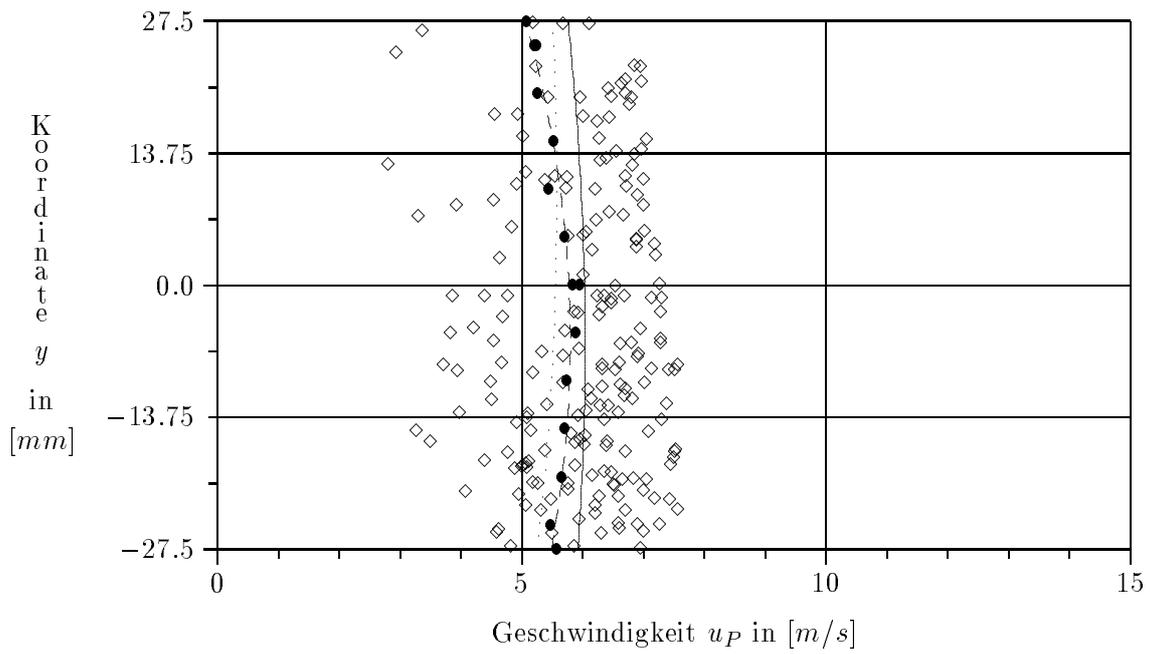


Abbildung 79: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E'.1**

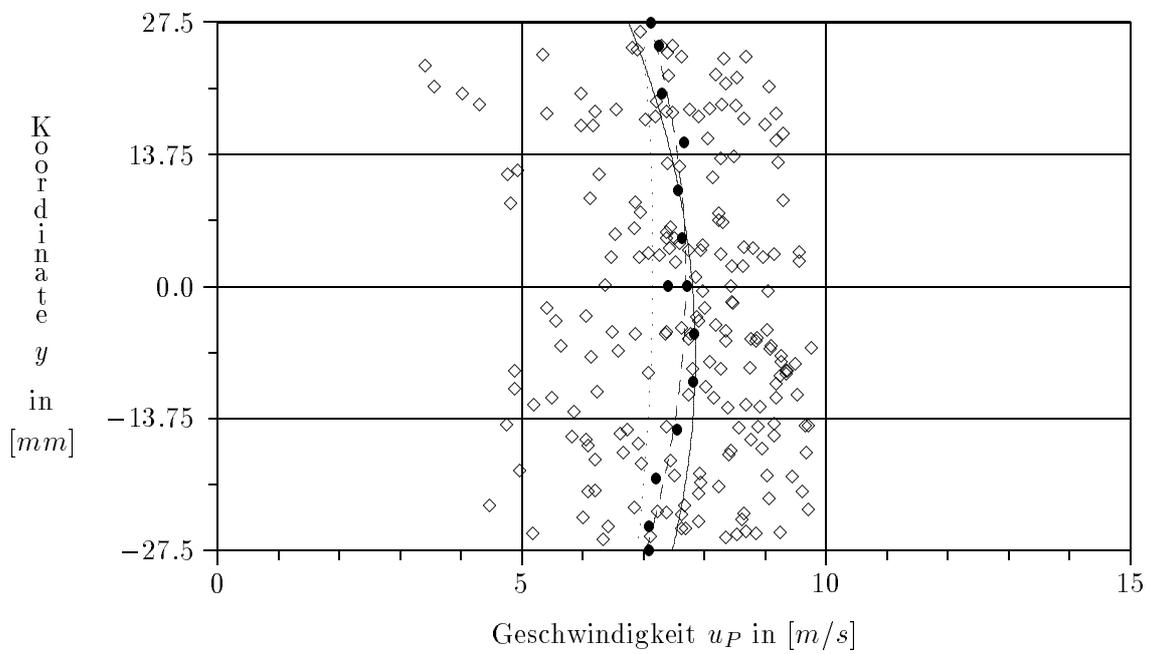


Abbildung 80: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E'.2**

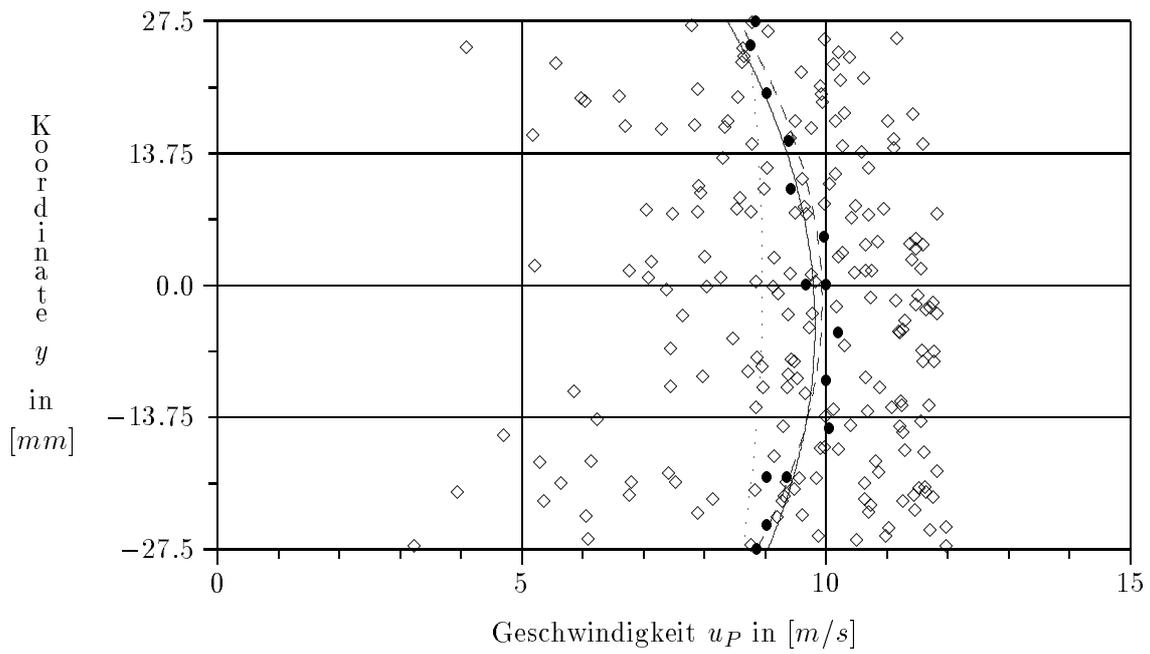


Abbildung 81: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **E'.3**

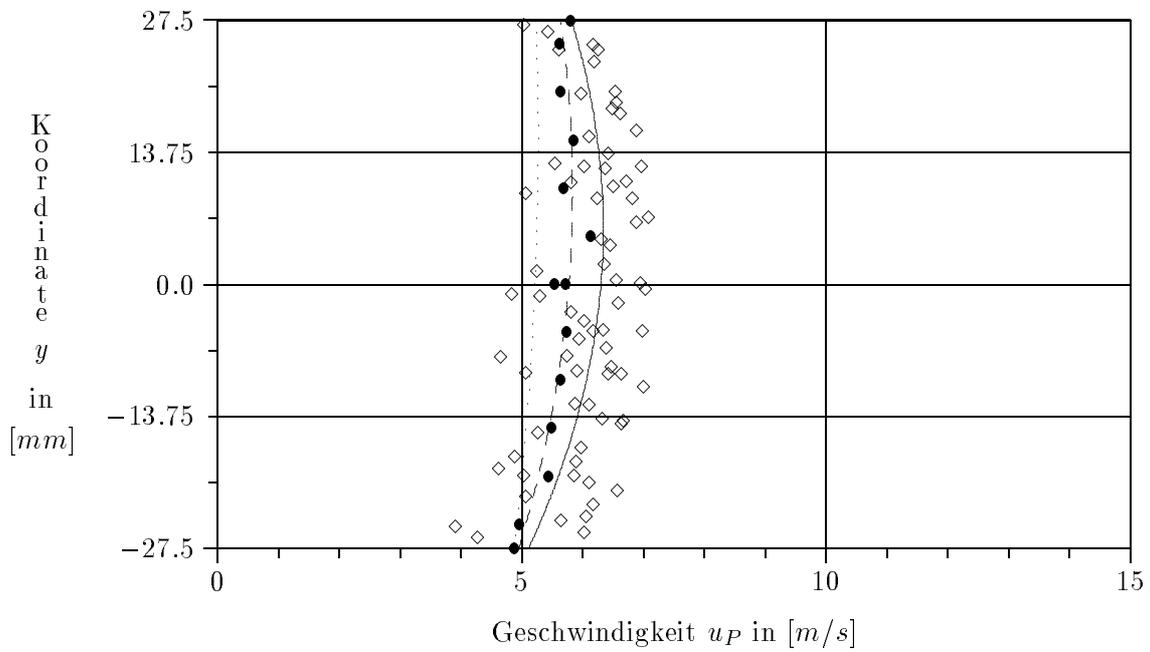


Abbildung 82: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F'.1**

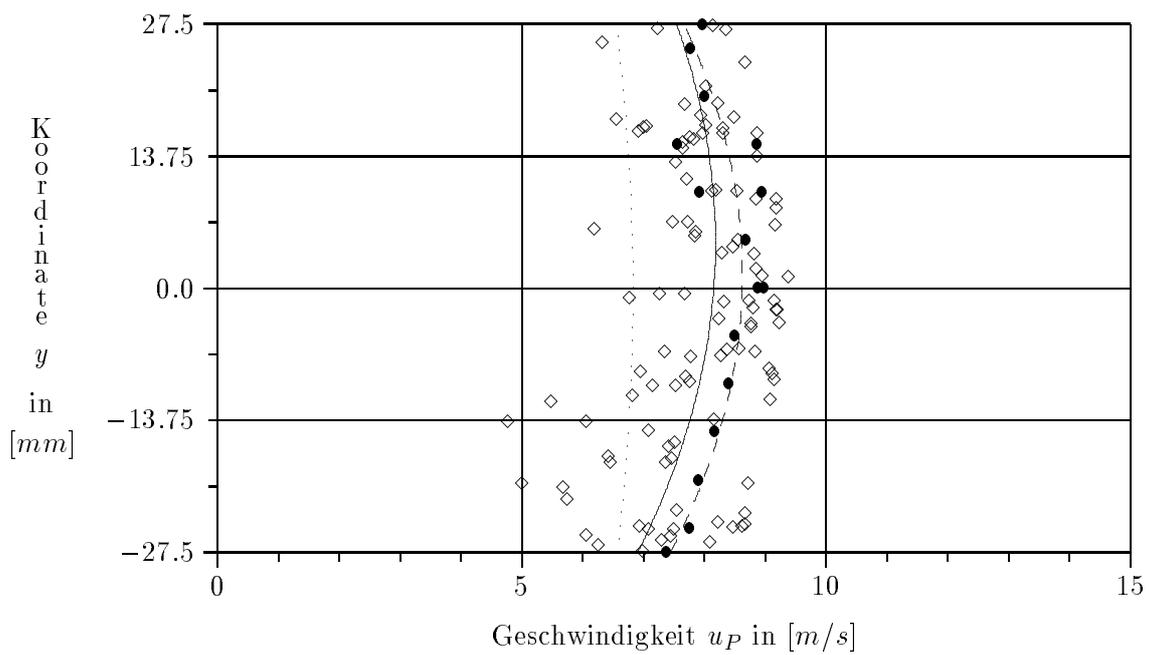


Abbildung 83: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F'.2**

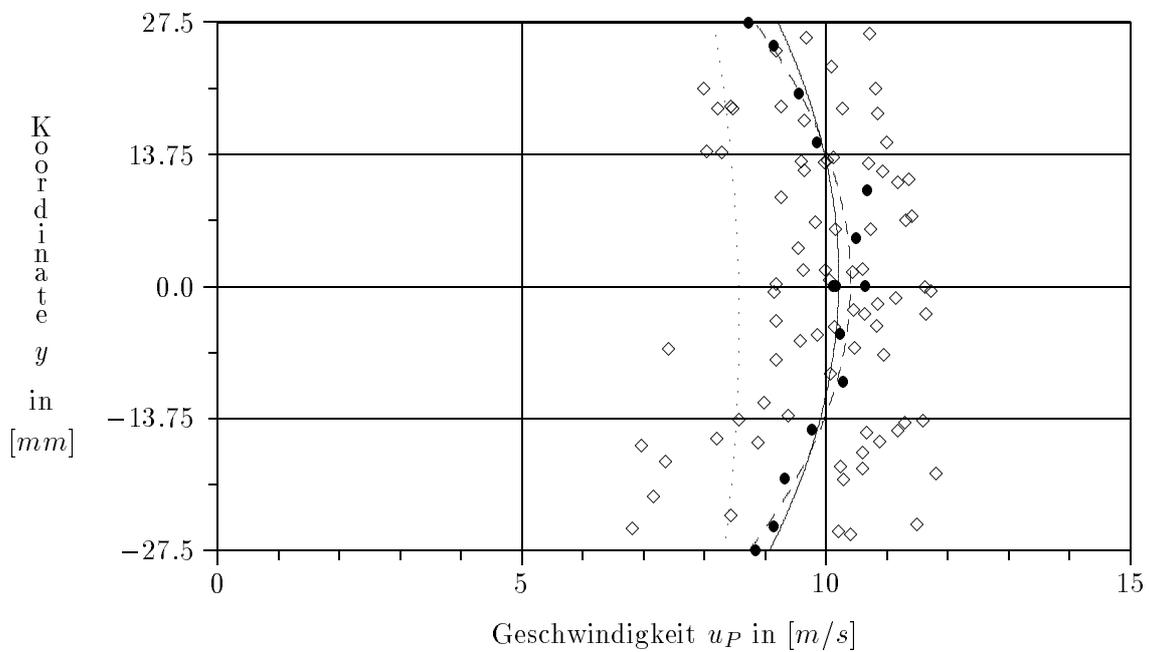


Abbildung 84: Partikelgeschwindigkeitsverteilung für die Versuchsbedingungen **F'.3**

Symbolverzeichnis

Allgemeine Symbolik

A	–	angeströmte Querschnittsfläche des Teilchens
C_A	–	Auftriebsbeiwert der Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens
C_M	–	Auftriebsbeiwert der Magnuskraft
C_W	–	Widerstandsbeiwert
d_P	–	Partikeldurchmesser
D_I	–	Innendurchmesser des Injektorrohres
D_R	–	Rohrdurchmesser
$\overline{E_A}$	–	Mittelwert der Strukturbreitenmessungen
$\overline{E_R}$	–	Mittelwert der Rauhtiefenmessungen
$\overline{\Delta E_R}$	–	Varianz der Rauhtiefenmessungen
f	–	Gleitreibungszahl
$\overrightarrow{F_A}$	–	Auftriebskraft auf Grund von Scheranströmung des Teilchens
$\overrightarrow{F_G}$	–	Schwerkraft
$\overrightarrow{F_M}$	–	Magnuskraft
$\overrightarrow{F_T}$	–	Trägheitskraft
$\overrightarrow{F_W}$	–	Widerstandskraft
$Fr = \frac{\overline{u_F}}{\sqrt{gD_R}}$	–	Froudezahl
g	–	Erdbeschleunigung
g_S	–	Gitterkonstante des faseroptischen Sensors
H	–	Kanalhöhe
I	–	Trägheitsmoment der Partikel
k	–	Stoßverlustzahl
k_F	–	kinetische Turbulenzenergie des Fluids
K_A, K_M, K_ω	–	Materialkonstanten
L	–	Länge der Meßstrecke des Staubkanals
L_e	–	Größe eines turbulenten Wirbels
L_r, A_r, α_r	–	Parameter des Wandrauhigkeitsmodells nach Matsumoto
l_S	–	horizontaler Abstand zwischen zwei Kontaktpunkten einer kugelförmigen Partikel beim Stoß mit einer rauhen Materialoberfläche
m_P	–	Partikelmasse
Δp	–	maximaler Drucksprung des Lüfters
Re_P	–	Partikel–Reynoldszahl
Re_ω	–	Reynoldszahl, gebildet mit der Umfangsgeschwindigkeit $1/2d_P\omega$ und dem Partikelradius
\bar{s}	–	mittlere Breite eines Polygonelements
s_n, z_n	–	Breite und Amplitude des n–ten Polygonelements

S_r	–	Signalrate
T	–	auf eine rotierende Partikel wirkendes Drehmoment
$\overline{u_F}$	–	mittlere Fluidgeschwindigkeit (bezogen auf den Kanal- bzw. Rohrquerschnitt)
$u_{F,min}$	–	Mindesttransportgeschwindigkeit
u_{max}	–	maximale Fluidgeschwindigkeit
u_F, v_F	–	x- und y-Komponente der zeitlich gemittelten Fluidgeschwindigkeit
u'_F, v'_F	–	x- und y-Komponente der turbulenten Schwankungsgeschwindigkeit des Fluids
u_P, v_P	–	x- und y-Komponente der Teilchengeschwindigkeit
v_{rel}	–	Relativgeschwindigkeit zwischen Partikel und umgebendem Fluid
\dot{V}	–	Fluidvolumenstrom
z_{max}	–	maximale Amplitude eines Polygonelements

Griechische Symbole

γ_1, γ_2	–	Auftreff- bzw. Reflexionswinkel beim Partikel-Wand-Stoß
γ_{krit}	–	kritischer Auftreffwinkel der Partikel auf die Kanalwand
ε_F	–	Dissipation der kinetischen Turbulenzenergie des Fluids
η	–	Partikelexzentrizität nach Matsumoto
μ_P	–	Beladungszahl
ν	–	Fluidviskosität
ξ_m	–	Reibungszahl für eine rotierende Partikel
ρ_F	–	Fluiddichte
ρ_P	–	Feststoffdichte
σ	–	Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeit des Teilchens zur Relativgeschwindigkeit
τ_P	–	Partikel-Relaxationszeit
ω	–	Rotationsgeschwindigkeit des Teilchens

Indizes

F	–	fluide Phase
P	–	disperse Phase, Feststoff
0	–	Anfangsbedingungen für die Bewegung der dispersen Phase
1	–	Parameter einer Einzelpartikel vor dem Partikel-Wand-Stoß
2	–	Parameter einer Einzelpartikel nach dem Partikel-Wand-Stoß

Literatur

- [1] Abramowitz M., Stegun I. : Handbook of Mathematical Funktionen (Übersetzung ins Russische). Nauka-Verlag, Hauptredaktion für phys.-math. Literatur, Moskau (1979).
- [2] Beacher B., Tabakoff W., Hamed A. : Improved Particle Trajectory Calculations Through Turbomachinery Affected by Coal Ash Particles. Trans. of ASME, J. Engineering for Power (1982), Vol. 104, pp. 64–68.
- [3] Berlemont A., Desjonqueres P., Gouesbet G. : Particle Lagrangian Simulation in Turbulent Flows. Int. J. Multiphase Flow (1990), Vol. 16, No. 1, pp. 19–34.
- [4] Brauer H. : Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmungen. Verlag Sauerländer, Aarau und Frankfurt/M. (1971).
- [5] Büchner E.-W. : Experimentelle Untersuchungen über Strömungskräfte auf ruhende und bewegte Kugeln in einer ebenen Poiseuille-Strömung. Diss. (1987), Universität Karlsruhe, Fakultät für Chemieingenieurwesen.
- [6] Chen R.Y., Gelber M.W. : Deposition of Particles in a Parallel-Plate Channel due to Electrostatic Charge, Diffusion and Gravitational Effects. Powder Technology (1981), Vol. 28, pp. 229–234.
- [7] Chen R.Y., Pawel H.E., Chen W.C. : Inertia Effect on Deposition of Charged Particles in a Parallel-Plate Channel. Powder Technology (1983), Vol. 34, pp. 249–253.
- [8] Choi Y.D., Chung M.K. : Analysis of Turbulent Gas-Solid Suspension Flow in a Pipe. Trans. of ASME, J. of Fluids Engineering (1983), Vol. 105, pp. 329–334.
- [9] Clift R., Grace J.R., Weber M.E. : Bubbles, Drops and Particles. Academic Press, New York, San Francisco, London (1978).
- [10] Crowe C.T., Sharma M.P., Stock D.E. : The Particle-Source-In Cell (PSI-Cell) Model for Gas-Droplet Flows. Trans. of ASME, J. Fluids Eng. (1977), Vol. 99, pp.325–332.
- [11] Crowe C.T. : REVIEW — Numerical Models for dilute Gas-Particle Flows. Trans. of ASME, J. Fluids Eng. (1982), Vol. 104, pp. 297–303.
- [12] Dennis S.C.R., Singh S.N., Ingham D.B. : The Steady Flow due to a Rotating Sphere at Low and Moderate Reynolds Numbers. J. Fluid Mech. (1980), Vol.101, part 2, pp.257–279.
- [13] Durst F., Milojevic D., Schönung B. : Eulerian and Lagrangian Predictions of Particulate Two-Phase Flows — A Numerical Study. SFB 80/T/222, Preprint des Sonderforschungsbereichs 80, Ausbreitungs- und Transportvorgänge in Strömungen, Universität Karlsruhe, 1983.
- [14] Elghobashi S.E., Abou-Arab T.W. : A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows. Phys. Fluids (1983), Vol. 26, No. 4, pp. 931–938.
- [15] Frank Th. : Studie — Untersuchungen zu staubbeladenen Strömungen in Turbomaschinen. Institut für Mechanik der AdW der DDR, Bereich Rheologie und Mehrphasenströmungen, Abteilung Mehrphasenströmungen, Karl-Marx-Stadt, Juni 1990.
- [16] Di Giacinto M., Sabetta F., Piva R. : Two-Way Coupling Effects in Dilute Gas-Particle Flows. Trans. of ASME, J. of Fluids Engineering (1982), Vol. 104, pp. 304–312.
- [17] Govan A.H., Hewitt G.F., Ngan C.F. : Particle Motion in a Turbulent Pipe Flow. Int. J. Multiphase Flow (1989), Vol. 15, No. 3, pp. 471–481.

- [18] Govan A.H., Hewitt G.F., Terry j.W. : Axial-View Measurements of Particle Motion in a Turbulent Pipe Flow. *Particles & Particle Systems Characterisation* (1990), Vol. 7, pp. 60–69.
- [19] Grant G., Tabakoff W. : Erosion Prediction in Turbomachinery Resulting from Environmental Solid Particles. *J. Aircraft* (1975), Vol. 12, No. 5, pp. 471–478.
- [20] Hall D. : Measurements of the Mean Force on a Particle Near a Boundary in Turbulent Flow. *J. Fluid Mech.* (1988), Vol. 187, pp. 451–466.
- [21] Hetsroni G. : Particles-Turbulence Interaction. *Int. J. Multiphase Flow* (1989), Vol. 15, No. 5, pp. 735–746.
- [22] Hussein M.F., Tabakoff W. : Computation and Plotting of Solid Particle Flow in Rotating Cascades. *Computers and Fluids* (1973), Vol. 2, pp. 1–15.
- [23] Huang P.G., King E.W. : Time Accurate Simulation of Diesel Spray Structures. In : *Proc. of the Int. Conference on Mechanics of Two-Phase Flows*, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, June 12–15, 1989, pp. 299–305.
- [24] Hwang C.J., Chang G.C. : Numerical Study of a Gas-Particle Flow in a Solid Rocket Nozzle. *AIAA Journal* (1988), Vol.26, No. 6, pp. 682–689.
- [25] Illyes A. : Die Energiewandlung bei ein- und mehrmaligem Stoß einer Partikel gegen eine feste Wand. Diss. (1986), Technische Universität Berlin, Fachbereich Verfahrenstechnik.
- [26] Ishii R. : Motion of Small Particles in a Gas Flow. *Phys. Fluids* (1984), Vol. 27, No. 1, pp. 33–41.
- [27] Jenkins J.T., Savage S.B. : A Theory of the Rapid Flow of Identical, Smooth, Nearly Elastic, Spherical Particles. *J. Fluid Mechanics* (1983), Vol. 130, pp. 187–202.
- [28] Jürgens H.-H. : Zur optimalen Konzentration beim hydraulischen Transport von Feststoffen durch Rohrleitungen. Diss. (1982), Technische Universität Braunschweig, Fachbereich für Bauingenieur- und Vermessungswesen.
- [29] Kallio G.A., Reeks M.W. : A Numerical Simulation of Particle Deposition in Turbulent Boundary Layers. *Int. J. Multiphase Flow* (1989), Vol. 15, No. 3, pp. 433–446.
- [30] Kitron A., Elperlin T., Tamir A. : Monte Carlo Simulation of Gas-Solids Suspension Flows in Impinging Streams Reactors. *Int. J. Multiphase Flow* (1990), Vol. 16, No. 1, pp. 1–17.
- [31] Konno H., Saito S. : Pneumatic Conveying of Solids Through Straight Pipes. *J. of Chem. Eng. of Japan* (1969), Vol. 2, No. 2, pp. 211–217.
- [32] Korjack T.A., Chen R.Y. : Laminar Suspension Flow with Diffusive, Gravitational Deposition in the Entrance of a Converging and Diverging Channel. *Powder Technology* (1979), Vol. 23, pp. 47–53.
- [33] Kuboi R., Komasaawa I., Otake T. : Fluid and Particle Motion in Turbulent Dispersion — II, Influence of Turbulence of Liquid on the Motion of Suspended Particles. *Chemical Engineering Science* (1974), Vol. 29, pp. 651–657.
- [34] Lee M.M., Hanratty T.J., Adrian R.J. : An Axial Viewing Photographic Technique to Study Turbulence Characteristics of Particles. *Int. J. Multiphase Flow* (1989), Vol. 15, No. 5, pp. 787–802.

- [35] Lee S.L., Durst F. : On the Motions of Particles in Turbulent Flows. SFB 80/TE/142, Preprint des Sonderforschungsbereichs 80, Ausbreitungs- und Transportvorgänge in Strömungen, Universität Karlsruhe, 1979.
- [36] Matsumoto S., Saito S. : On the Mechanism of Suspension of Particles in Horizontal Pneumatic Conveying : Monte Carlo Simulation Based on the Irregular Bouncing Model. J. of Chem. Eng. of Japan (1970), Vol. 3, No. 1, pp. 83–92.
- [37] Matsumoto S., Saito S. : Monte Carlo Simulation of Horizontal Pneumatic Conveying Based on the Rough Wall Model. J. of Chem. Eng. of Japan (1970), Vol. 3, No. 2, pp. 223–230.
- [38] Matsumoto S., Saito S., Maeda S. : Simulation of Gas–Solid Two–Phase Flow in Horizontal Pipe. J. of Chem. Eng. of Japan (1976), Vol. 9, No. 1, pp. 23–28.
- [39] McLaughlin J.B. : Aerosol Particle Deposition in Numerically Simulated Channel Flow. Phys. Fluids A (1989), Vol. 1, No. 7, pp. 1211–1224.
- [40] Morikawa Y., Tsuji Y., Tanaka T. : Measurements of Horizontal Air–Solid Two–Phase Flow Using an Optical Fibre Probe. Bulletin of JSME (1986), Vol. 29, No. 249, pp. 802–809.
- [41] Morsi S.A., Alexander A.J. : An Investigation of Particle Trajectories in Two–Phase Flow Systems. J. Fluid Mech. (1972), Vol.55, part 2, pp.193–208.
- [42] Münch H. : Experimentelle Untersuchungen der Gas–Feststoff–Strömung im horizontalen Kanal. Bericht zum Ingenieurpraktikum, Institut für Mechanik der AdW der DDR, Bereich Rheologie und Mehrphasenströmungen, Abteilung Mehrphasenströmungen, Karl–Marx–Stadt, Januar 1989.
- [43] Ottjes J.A. : Digital Simulation of Pneumatic Particle Transport. Chemical Engineering Science (1978), Vol. 33, pp. 783–786.
- [44] Petrak D. : Die Bewegung wechselwirkender Teilchen im Fluid aus der Sicht der Mehrphasenströmungen. In : Proceedings des 2. Dispersionskolloquiums "Rheometrie und Strukturrheologie flüssig–disperser Systeme", AdW der DDR, Institut für Polymerenchemie Teltow, 1985.
- [45] Petrak D., Frank Th., Schade K.–P., Hädrich Th. : Untersuchungen von Grundvorgängen der Staubströmung im Axialsaugzug und horizontalen Kanal. Abschlußbericht zur GZ4–Verteidigung zum Vertrag zwischen VEB Ilka Luft– und Kältetechnik Dresden und dem Institut für Mechanik der AdW der DDR, Bereich Rheologie und Mehrphasenströmungen, Karl–Marx–Stadt, Juni 1990.
- [46] Petrak D., Hädrich Th. : Laser Doppler Anemometry and Spatial Filter Anemometry — A Comparison for the Multiphase Flow Measurement. To be Presented at : Fourth International Conference on Laser Anemometry — Advances and Applications, 5th – 9th August 1991, Cleveland, Ohio, U.S.A.
- [47] Petrak D., Michael K. : Untersuchungen über Einflußfaktoren auf den Partikel–Wand–Kontakt von Staubteilchen. Luft– und Kältetechnik (1985), No. 4, S. 201–202.
- [48] Petrak D., Przybilla E., Astalosch F., Kämpfe L., Hädrich Th. : Faseroptische Ortsfilter–Anemometrie — ein lokales Meßverfahren für Mehrphasenströmungen. Technisches Messen (1989), Vol. 56, No. 2, pp. 72–83.
- [49] Riehl I. : Partikelbewegung in stationären und instationären Fluidströmungen. Freiburger Forschungshefte (1990), Maschinen– und Energietechnik, Serie A, Bd. 808, S. 38–84.

- [50] Rizk M.A., Elghobashi S.E. : The Motion of a Spherical Particle Suspended in a Turbulent Flow Near a Plane Wall. *Phys. Fluids* (1985), Vol. 28, No. 3, pp. 806–817.
- [51] Rubin G. : Widerstands- und Auftriebsbeiwerte von ruhenden, kugelförmigen Partikeln in stationären, wandnahen, laminaren Grenzschichten. Diss. (1977), Technische Universität Karlsruhe.
- [52] Rubinow S.I., Keller J.B. : The Transverse Force on a Spinning Sphere Moving in a Viscous Fluid. *J. Fluid Mech.* (1961), Vol. 11, pp. 447–459.
- [53] Saffman P.G. : The Lift on a Small Sphere in a Slow Shear Flow. *J. Fluid Mech.* (1965), Vol. 22, part 2, pp. 385–400.
- [54] Saffman P.G. : Korrigendum. *J. Fluid Mech.* (1968), Vol. 31, part 2, p. 624.
- [55] Salman A.D., Verba A. : New Approximate Equations to Estimate the Drag Coefficient of Different Particles of Regular Shape. *Periodica Polytechnica of the Technical University Budapest – Chemical Engineering* (1988), Vol. 32, No. 4, pp. 261–268.
- [56] Salman A.D., Verba A., Lukenics Zs., Szabo M. : Particle Velocity after Collision. Reprint of the Department of Mech. Eng. for the Chem. Ind., Techn. University of Budapest, Hungary (1990).
- [57] Sawatzki O. : Über den Einfluß der Rotation und der Wandstöße auf die Flugbahnen kugliger Teilchen im Luftstrom. Diss. (1961), Universität Karlsruhe, Fakultät für Maschinenbau und Verfahrenstechnik.
- [58] Sawatzki O. : Das Strömungsfeld um eine rotierende Kugel. Habilitationsschrift, *Acta Mechanica* (1970), Vol. 9, pp. 159–214.
- [59] Schade K.-P., Frank Th. : Untersuchung von Elementarvorgängen in staubbeladenen Strömungen. Abschlußbericht zur GZ4-Verteidigung zum Vertrag zwischen VEB Ilka Luft- und Kältetechnik Dresden und dem Institut für Mechanik der AdW der DDR, Bereich Rheologie und Mehrphasenströmungen, Karl-Marx-Stadt, Dezember 1987.
- [60] Schade K.-P., Petrak D., Weiß Th., Hädrich Th. : Experimentelle Untersuchungen zur feststoffbeladenen Gasströmung im horizontalen Kanal. In : *Proc. of the 4th International Conference on Pneumatic Conveying*, Budapest, May 30 - June 1, 1990.
- [61] Schöneborn P.-R. : Bewegung einzelner Partikeln im stationären Strömungsfeld. Diss. (1973), Universität Erlangen-Nürnberg, Technische Fakultät.
- [62] Schönung B. : Numerische Simulation teilchenbeladener vertikaler Rohrströmungen. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Karlsruhe, 1983.
- [63] Schönung B. : Comparison of Different Dispersion Models for Particles in Lagrangian and Eulerian Prediction Codes. In : *Proceedings of the International Conference on Fluid Mechanics*, Peking, July 1.-4. 1987, Peking University Press (1987), China.
- [64] Schuh M.J., Schuler C.A., Humphrey J.A.C. : Numerical Calculation of Particle-Laden Gas Flows Past Tubes. *AICHE Journal* (1989), Vol.35, No. 3, pp. 466–480.
- [65] Schüttoff M. : Zur Kraftwirkung auf Kreiszyylinder in der Scherströmung. Diss. (1988), Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List", Dresden.
- [66] El-Shaarawi M.A.I., Kemry M.M., El-Bedeawi S.A. : Further Studies on Laminar Flow About a Rotating Sphere in an Axial Stream. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* (1987), Vol. 109, pp. 75–77.

- [67] Shaffer F.D., Ramer E.R. : Pulsed Laser Imaging of Particle–Wall Collisions. In: Proc. of the Int. Conference on Mechanics of Two–Phase Flows, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, June 12 – 15, 1989, pp. 116–121.
- [68] Sharma M.P., Crowe C.T. : A Novel Physico–Computational Model for Quasi One–Dimensional Gas–Particle Flows. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* (1978), Vol. 100, pp. 343–349.
- [69] Sharma M.P., Crowe C.T. : Application of Computer Modeling in the Design of a Multiphase Flow Metering System. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* (1989), Vol. 111, pp. 184–190.
- [70] Shih T.–H., Lumley J.L. : Second–Order Modelling of Particle Dispersion in a Turbulent Flow. *J. Fluid Mechanics* (1986), Vol. 163, pp. 349–363.
- [71] Sommerfeld M. : Numerical Simulation of the Particle Dispersion in Turbulent Flow — The Importance of Particle Lift Forces and Particle–Wall Collision Models. *ASME Symposium of Numerical Methods for Multiphase Flows*, Toronto, 1990.
- [72] Sommerfeld M., Founti M. : Modelling of Particle–Wall Collisions in Confined Gas–Particle Flows. Reprint des Lehrstuhls für Strömungsmechanik der Universität Erlangen/Nürnberg, Erlangen, BRD (1990).
- [73] Swanson W.M. : The Magnus Effect : A Summary of Investigations to Date. *Trans. of ASME, J. Basic Eng.* (1961), Vol. 83, pp. 461–470.
- [74] Tabakoff W., Kotwal R., Hamed A. : Erosion Study of Different Materials Affected by Coal Ash Particles. *Wear* (1979), Vol. 52, pp. 161–173.
- [75] Tabakoff W. : Review — Turbomachinery Performance Deterioration Exposed to Solid Particulates Environment. *Trans. ASME, J. of Fluids Engineering* (1984), Vol. 106, pp. 125–134.
- [76] Tabakoff W., Hamed A. : The Dynamics of Suspended Solid Particles in a Two–Stage Gas Turbine. *Trans. ASME, J. of Turbomachinery* (1986), Vol. 108, pp. 298–302.
- [77] Tabakoff W., Malak M.F. : Laser Measurements of Fly Ash Rebound Parameters for Use in Trajectory Calculations. *Trans. of ASME, J. of Turbomachinery* (1987), Vol.109, pp.535–540.
- [78] Tabakoff W., Hamed A. : Temperature Effect on Particle Dynamics and Erosion in Radial Inflow Turbine. *Trans. ASME, J. of Turbomachinery* (1988), Vol. 110, pp. 258–264.
- [79] Tsuji Y., Morikawa Y. : LDV Measurements of an Air–Solid Two–Phase Flow in a Horizontal Pipe. *J. Fluid Mech.* (1982), Vol. 120, pp. 385–409.
- [80] Tsuji Y., Morikawa Y., Shiomi H. : LDV Measurements of an Air–Solid Two–Phase Flow in a Vertical Pipe. *J. Fluid Mech.* (1984), Vol. 139, pp. 417–434.
- [81] Tsuji Y., Morikawa Y., Mizuno O. : Experimental Measurement of the Magnus Force on a Rotating Sphere at Low Reynolds Numbers. *Trans. of ASME, J. Fluids Eng.* (1985), Vol. 107, pp. 484–488.
- [82] Tsuji Y., Oshima T., Morikawa Y. : Numerical Simulation of Pneumatic Conveying in a Horizontal Pipe. *KONA — Powder Science and Technology in Japan* (1985), Vol. 3, pp. 38–51.
- [83] Tsuji Y., Morikawa Y., Tanaka T., Nakatsukasa N., Nakatani M. : Numerical Simulation of Gas–Solid Two–Phase Flow in a Two–Dimensional Horizontal Channel. *Int. J. Multiphase Flow* (1987), Vol. 13, No. 5, pp. 671–684.

- [84] Tsuji Y., Shen N.Y., Morikawa Y. : Numerical Simulation of Gas–Solid Flows (I) — Particle to Wall Collision. Technology Reports of the Osaka University (1989), Vol. 39, No. 1975, pp. 233–241.
- [85] Tsuji Y., Shen N.Y., Morikawa Y. : Numerical Simulation of Gas–Solid Flows (II) — Calculation of a Two–Dimensional Horizontal Channel Flow. Technology Reports of the Osaka University (1989), Vol. 39, No. 1976, pp. 243–254.
- [86] Tsuji Y., Shen N.Y., Morikawa Y. : Lagrangian Simulation of Dilute Gas–Solid Flows in a Horizontal Pipe. Advanced Powder Technol. (1991), Vol. 2, No. 1, pp. 63–81.
- [87] Verba A., Salman A.D. : Particle Trajectory in a Horizontal Pipe and a Bend. Reprint of the Department of Mech. Eng. for the Chem. Ind., Techn. University of Budapest, Hungary.
- [88] Vollheim R. : Zur Strömungswirkung auf Staubkörner an Kanalwänden. Energietechnik (1986), 36. Jg., Heft 4, S. 121–125.
- [89] Wildi J., Thomann H. : Measurement of the Deposition of Small Particles in Stationary and Oscillating Turbulent Pipe Flow. J. Aerosol Science (1983), Vol. 14, No. 5, pp. 615–632.
- [90] Willetts B.B. : The Influence of Lift due to Circulation on Saltation and Suspension of Solid Particles in Streams. Hydrotransport 1, First International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, 1st–4th Sept. 1970, University of Warwick, Paper H2, pp. 17–36.
- [91] Willetts B.B., Murray C.G. : Lift Exerted on Stationary Spheres in Turbulent Flow. J. Fluid Mechanics (1980), Vol. 105, pp. 487–505.
- [92] Yamamoto F., Monya H., Koukawa M., Teranishi A., Tamada H. : A Study of Motion of a Sphere in Linear Turbulent Shear Flow Through Vertical Duct. In: Proc. of the Int. Conference on Mechanics of Two–Phase Flows, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, June 12 – 15, 1989, pp. 45–50.
- [93] Yamamoto F., Koukawa M., Monya H., Teranishi A. : Particle Lift and Drag Forces in Linear Turbulent Shear Flows. In : Proc. of the Fifth Workshop on Two–Phase Flow Predictions, March 19–22, 1990, Erlangen, BRD.
- [94] Zenker P. : Untersuchungen über die Staubverteilung von strömenden Staub–Luft–Gemischen in Rohrleitungen. Diss. (1970), Universität München, Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik.
- [95] Zhuang Y., Wilson J.D., Lozowski E.P. : A Trajectory–Simulation Model for Heavy Particle Motion in Turbulent Flow. Trans. of ASME, J. Fluids Eng. (1989), Vol. 111, pp. 492–494.

Lebenslauf

Thomas Frank, geboren am 29.01.1963 in Hirschberg (Saale), Kreis Schleiz.

- | | |
|-------------|--|
| 1969 – 1977 | Allgemeinbildende polytechnische Oberschule in Berlin–Köpenick |
| 1977 – 1981 | Erweiterte Oberschule "Heinrich Hertz" in Berlin–Friedrichshain, Spezialschule mathematisch–naturwissenschaftlicher Richtung |
| Juni 1981 | Abitur |
| 1981 – 1986 | Studium der Fachrichtung Theoretische Mechanik an der Moskauer Staatlichen Universität "M. W. Lomonossow"
Vertiefungsfächer : Hydromechanik, Mehrphasenströmungen |
| Juni 1986 | Abschluß des Studiums an der Moskauer Staatlichen Universität
Abschlußdiplom : Diplom–Mechaniker
(in der DDR als Diplom–Mathematiker anerkannt) |
| 1986 – 1991 | wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik der Akademie der Wissenschaften der DDR, Karl–Marx–Stadt — seit 3. Oktober 1990 in Institut für Mechanik, Chemnitz umbenannt, Abteilung Mehrphasenströmungen |

Anschrift : Dipl.–Math. Thomas Frank
Am Bernsdorfer Hang 22
O–9026 Chemnitz